

**1.**— En el plano afín  $\mathbb{R}^2$  se consideran la referencia canónica  $R = \{(0, 0); (1, 0), (0, 1)\}$  y otra referencia  $R' = \{(1, 2); (2, 3), (3, 4)\}$ .

- (a) Si un punto  $P$  tiene coordenadas  $(1, -2)_{R'}$  en la referencia  $R'$  calcular sus coordenadas en la referencia  $R$ .
- (b) Si un punto  $Q$  tiene coordenadas  $(2, 3)_R$  en la referencia canónica calcular sus coordenadas en la referencia  $R'$ .

**2.**—

- (a) En el plano afín  $\mathbb{R}^2$  y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones vectorial, paramétrica, continua y cartesiana de una recta que pasa por el punto  $(2, 1)$  y tiene por vector director  $(1, 3)$ .
- (b) En el plano afín  $\mathbb{R}^2$  y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones vectorial, paramétrica, continua y cartesiana de una recta que tiene por ecuación  $2x + 3y - 5 = 0$ .

**3.**—

- (a) En el espacio afín  $\mathbb{R}^3$  y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones vectorial, paramétrica, continua y cartesianas de una recta que pasa por el punto  $(2, 0, -1)$  y tiene por vector director  $(1, 3, 2)$ .
- (b) En el espacio afín  $\mathbb{R}^3$  y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones vectorial, paramétrica, continua y cartesianas de una recta que tiene por ecuaciones

$$x + y - 2z + 1 = 0$$

$$2x - y - z + 2 = 0$$

**4.**—

- (a) En el espacio afín  $\mathbb{R}^3$  y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones vectorial, paramétrica y cartesiana de un plano que pasa por el punto  $(1, 0, 1)$  y tiene por vectores directores  $(1, 0, 2)$  y  $(1, 1, 0)$ .
- (b) En el espacio afín  $\mathbb{R}^3$  y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones vectorial, paramétrica y cartesianas de un plano que tiene por ecuación  $x + 2y - z - 2 = 0$ .

**5.**— En el plano afín euclideo  $\mathbb{R}^2$  y con respecto a una referencia rectangular se consideran las rectas:

$$r \equiv x + 2y - 4 = 0 \quad s \equiv x + y - 3 = 0$$

- (a) Hallar el ángulo que forman las rectas  $r$  y  $s$ .
  - (b) Hallar la distancia del punto  $(1, 3)$  a la recta  $r$ .
-

6.— En el espacio afín euclideo  $\mathbb{R}^3$  y con respecto a una referencia rectangular se consideran las variedades afines:

$$\pi \equiv x + y - 2z + 1 = 0, \quad r \equiv (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(0, 1, 0), \quad s \equiv (x, y, z) = (0, 1, 1) + s(1, 1, 2)$$

- (a) Hallar el ángulo que forman  $\pi$  y  $r$ .
- (b) Hallar la distancia del punto  $(1, 1, 0)$  al plano  $\pi$ .
- (c) Hallar la distancia entre las rectas  $r$  y  $s$ .

7.— En el plano afín euclideo  $\mathbb{R}^2$ , en las condiciones usuales y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones de:

- (a) una traslación respecto al vector  $\vec{u} = (2, 3)$ .
- (b) una homotecia de centro  $(1, 2)$  y razón 4.
- (c) un giro de centro  $(1, -2)$  y ángulo 30 grados.
- (d) una simetría respecto a la recta  $x + y = 1$ .

8.— En el plano afín euclideo  $\mathbb{R}^3$ , en las condiciones usuales y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones de:

- (a) una traslación respecto al vector  $\vec{u} = (1, 0, 2)$ .
- (b) una homotecia de centro  $(1, 2, -1)$  y razón  $-2$ .
- (c) un giro de semieje la semirecta  $(x, y, z) = (1, 0, 0) + t(0, 1, 0)$ ,  $t > 0$  y ángulo 45 grados.
- (d) una simetría respecto al plano  $x + y - z = 1$ .

Soluciones.

1. (a)  $(-3, -3)$ . (b)  $(-1, 1)$ .

2.

(a) Vectorial:  $(x, y) = (2, 1) + t(1, 3)$ . Paramétrica:  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$  Continua:  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{3}$ . Cartesiana:  $3x - y - 5 = 0$ .

(b) Vectorial:  $(x, y) = (1, 1) + t(3, -2)$ . Paramétrica:  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$  Continua:  $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2}$ . Cartesiana:  $2x + 3y - 5 = 0$ .

3.

(a) Vectorial:  $(x, y, z) = (2, 0, -1) + t(1, 3, 2)$ . Paramétrica:  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$  Continua:  $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{2}$ .  
Cartesianas:  $3x - y - 6 = 0$ ,  $2y - 3z - 3 = 0$ .

(b) Vectorial:  $(x, y, z) = (-1, 0, 0) + t(1, 1, 1)$ . Paramétrica:  $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$  Continua:  $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ .  
Cartesianas:  $x + y - 2z + 1 = 0$ ,  $2x - y - z + 2 = 0$ .

4.

(a) Vectorial:  $(x, y, z) = (1, 0, 1) + t(1, 0, 2) + s(1, 1, 0)$ . Paramétrica: 
$$\begin{cases} x = 1 + t + s \\ y = s \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$
 Cartesiana:  
 $2x - 2y - z - 1 = 0$ .

(b) Vectorial:  $(x, y, z) = (2, 0, 0) + t(1, 0, 1) + s(2, -1, 0)$ . Paramétrica: 
$$\begin{cases} x = 2 + t + 2s \\ y = -s \\ z = t \end{cases}$$
 Cartesiana:  
 $x + 2y - z - 2 = 0$ .

5. (a)  $\arccos(3/\sqrt{10})$ . (b)  $3/\sqrt{5}$

6. (a)  $\arcsin(1/\sqrt{6})$ . (b)  $3/\sqrt{6}$ . (c) 0 (las rectas se cortan en el punto  $(1, 2, 3)$ )

7.

(a)  $f(x, y) = (x + 2, y + 3)$

(b)  $f(x, y) = (4x - 3, 4y - 6)$ .

(c)  $f \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & -1/2 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - 1 \\ y + 2 \end{pmatrix}$ .

(d)  $f \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - 1 \\ y \end{pmatrix}$ .

8.

(a)  $f(x, y, z) = (x + 1, y, z + 2)$

(b)  $f(x, y) = (3 - 2x, 6 - 2y, -3 - 2z)$ .

(c)  $f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - 1 \\ y \\ z \end{pmatrix}$ .

(d)  $f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - 1 \\ y \\ z \end{pmatrix}$ .