

1.— En  $\mathbb{R}^2$  con el producto escalar usual, comprobar cuales de las siguientes aplicaciones lineales son transformaciones ortogonales:

(a)  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $f(x, y) = (x + 2y, y)$

(b)  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $f(x, y) = (-y, x)$

(c)  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $f(x, y) = \left(\frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y, \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y\right)$

(d)  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $f(x, y) = (x + y, x - y)$ .

---

2.— Comprobar cuáles de las siguientes bases de  $\mathbb{R}^3$  tienen la misma orientación que la base cañónica.

(a)  $B = \{(1, 0, 0), (0, 0, 1), (0, 1, 0)\}$ .

(b)  $B = \{(1, 1, 0), (1, 0, 2), (1, 1, 1)\}$ .

(c)  $B = \{(2, 3, 1), (1, -1, 0), (2, 0, 0)\}$ .

---

3.— En  $\mathbb{R}^2$  comprobar cuáles de los siguientes pares de bases tienen la misma orientación:

(a)  $B = \{(1, 2), (0, 1)\}$  y  $B' = \{(2, 3), (1, 1)\}$ .

(b)  $B = \{(1, 1), (3, 0)\}$  y  $B' = \{(-1, -1), (-3, 0)\}$ .

(c)  $B = \{(2, 0), (1, 3)\}$  y  $B' = \{(2, 3), (1, 5)\}$ .

---

4.— Decidir si las siguientes transformaciones ortogonales de  $\mathbb{R}^2$  con el producto escalar usual, son directas o inversas.

(a) Aquella cuya matriz asociada en la base canónica es  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

(b) Aquella cuya matriz asociada en la base canónica es  $\begin{pmatrix} \frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$ .

(c) Aquella cuya matriz asociada en la base canónica es  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

---

5.— En  $\mathbb{R}^2$ , con el producto escalar usual y considerando como orientación positiva la dada por la base canónica dar la matriz asociada a un giro de  $120^\circ$ .

---

6.— En  $\mathbb{R}^2$ , con el producto escalar usual dar la matriz asociada a una simetría respecto a la recta  $\mathcal{L}\{(1, 2)\}$ .

---

7.— En  $\mathbb{R}^3$ , con el producto escalar usual y considerando como orientación positiva la dada por la base canónica dar la matriz asociada a un giro de  $30^\circ$  respecto al semieje  $\mathcal{L}\{(0, 1, 0)\}$ .

---

8.— En  $\mathbb{R}^3$ , con el producto escalar usual dar la matriz asociada a una simetría respecto al plano  $\mathcal{L}\{(0, 1, 2), (1, 0, 0)\}$ .

---

9.— En  $\mathbb{R}^2$ , con el producto escalar usual y considerando como orientación positiva la dada por la base canónica, clasificar las transformaciones ortogonales del ejercicio (4).

---

---

Soluciones.

---

1. (a) No. (b) Si. (c) Si. (d) No.

2. (a) No. (b) No. (c) Si.

3. (a) No. (b) Si. (c) Si.

4. (a) Directa. (b) Directa. (c) Inversa.

5.  $\begin{pmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & -1/2 \end{pmatrix}$ .

6.  $\begin{pmatrix} -3/5 & 4/5 \\ 4/5 & 3/5 \end{pmatrix}$ .

7.  $\begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & 0 & -1/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1/2 & 0 & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$ .

8.  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3/5 & 4/5 \\ 0 & 4/5 & 3/5 \end{pmatrix}$ .

9. (a) Es un giro de 90 grados.

(b) Es un giro de ángulo  $+\arccos(3/5)$ .

(c) Es una simetría respecto a la recta  $\mathcal{L}\{(1, 1)\}$ .