

Si  $d_1$  y  $d_2$  son las dos últimas cifras de tu *DNI*, a lo largo del problema llamaremos  $a = 2 + [d_1/2]$  y  $b = 2 + [d_2/2]$ , donde  $[x]$  es la función parte entera de  $x$ , es decir, el mayor entero menor o igual que  $x$ .

Se trata de contar cuantas claves de longitud dada podemos formar combinando las  $a$  primeras letras del alfabeto y las  $b$  primeras cifras  $(0, 1, \dots, b-1)$ , bajo ciertas condiciones.

1. ¿Cuántas claves de 7 caracteres pueden formarse?
2. ¿Cuántas de longitud 7 dónde se alternen letras y números (en ellas no aparecen un par de letras juntas ni un par de números juntos)?
3. Generaliza el apartado anterior para cadenas de longitud  $n$  arbitraria.
4. ¿Cuántas claves de 7 caracteres con exactamente 3 letras y 4 números pueden formarse?
5. Ahora consideramos claves de longitud  $n$  donde no aparecen dos letras consecutivas (pero si pueden aparecer varios números seguidos). Sea  $x_n$  la cantidad de tales claves que acaban en una letra e  $y_n$  las que terminan en un número.

(a) Justifica que  $x_{n+1} = a \cdot y_n$  e  $y_{n+1} = b \cdot (x_n + y_n)$ .

(b) Expresa la relación anterior matricialmente, encontrando  $A \in \mathcal{M}_{2 \times 2}$  tal que:

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$$

(c) Demostrar por inducción que:

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A^{n-1} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$

(d) Utilizando lo anterior, calcula el número de claves de longitud 9 donde no aparecen dos letras consecutivas.

### Normas:

- La entrega de la práctica es voluntaria.
- La fecha límite de entrega es el Viernes 28 de Octubre a las 23:59.
- Supondrá hasta un máximo de 0.5 puntos en la nota final de la materia, en la forma precisa explicada en la presentación de la asignatura.
- **Sólo se recogerán las prácticas que sean entregadas dentro del plazo indicado.**
- Se penalizará hasta el suspenso, cualquier indicio de copia o fraude en la autoría del trabajo presentado.
- En cada práctica debe de figurar el nombre y el DNI del alumno y **mantener unos mínimos de calidad en la presentación.**
- Preferentemente se entregarán los trabajos en formato PDF a través de la plataforma Teams. No obstante de manera excepcional también se aceptarán en papel.
- Los alumnos podrán ser requeridos para que expongan y expliquen oralmente la práctica entregada y muestren pleno conocimiento de lo que han escrito.

Se deben de justificar razonadamente las respuestas.