

Si d_1 y d_2 son las dos últimas cifras de tu *DNI*, a lo largo del problema llamaremos $a = 2 + [d_1/2]$ y $b = 2 + [d_2/2]$, donde $[x]$ es la función parte entera de x , es decir, el mayor entero menor o igual que x .

Se trata de contar cuantas claves de longitud dada podemos formar combinando las a primeras letras del alfabeto y las b primeras cifras $(0, 1, \dots, b-1)$, bajo ciertas condiciones.

1. ¿Cuántas claves de 7 caracteres pueden formarse?
2. ¿Cuántas de longitud 7 dónde se alternen letras y números (en ellas no aparecen un par de letras juntas ni un par de números juntos)?
3. Generaliza el apartado anterior para cadenas de longitud n arbitraria.
4. ¿Cuántas claves de 7 caracteres con exactamente 3 letras y 4 números pueden formarse?
5. Ahora consideramos claves de longitud n donde no aparecen dos letras consecutivas (pero sí pueden aparecer varios números seguidos). Sea x_n la cantidad de tales claves que acaban en una letra e y_n las que terminan en un número.

(a) Justifica que $x_{n+1} = a \cdot y_n$ e $y_{n+1} = b \cdot (x_n + y_n)$.

(b) Expresa la relación anterior matricialmente, encontrando $A \in \mathcal{M}_{2 \times 2}$ tal que:

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ y_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix}$$

(c) Demostrar por inducción que:

$$\begin{pmatrix} x_n \\ y_n \end{pmatrix} = A^{n-1} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$

(d) Utilizando lo anterior, calcula el número de claves de longitud 9 donde no aparecen dos letras consecutivas.

Normas:

- La entrega de la práctica es voluntaria.
- La fecha límite de entrega es el Viernes 28 de Octubre a las 23:59.
- Supondrá hasta un máximo de 0.5 puntos en la nota final de la materia, en la forma precisa explicada en la presentación de la asignatura.
- **Sólo se recogerán las prácticas que sean entregadas dentro del plazo indicado.**
- Se penalizará hasta el suspenso, cualquier indicio de copia o fraude en la autoría del trabajo presentado.
- En cada práctica debe de figurar el nombre y el DNI del alumno y **mantener unos mínimos de calidad en la presentación.**
- Preferentemente se entregarán los trabajos en formato PDF a través de la plataforma Teams. No obstante de manera excepcional también se aceptarán en papel.
- Los alumnos podrán ser requeridos para que expongan y expliquen oralmente la práctica entregada y muestren pleno conocimiento de lo que han escrito.

Se deben de justificar razonadamente las respuestas.