Matriz de Rigidez de Elemento

$$\hat{\underset{\sim}{K}}^e = \int_{E_e} \bar{w}\,\bar{\phi}^T dx = a(\bar{w}, \bar{\phi}^T)_e \equiv \text{contribución del elemento } e$$

$$\Rightarrow \underset{\sim}{K} = \sum_{e=1}^{N} \hat{\underset{\sim}{K}}^e \quad ; \quad \underset{\sim}{K}^e = [\hat{K}_{ji}^e] \; ; \; \hat{K}_{ji}^e = a(w_j, \phi_i)_e = \int_{E_e} w_j\,\phi_i\,dx$$

Vector de Fuerzas de Elemento

$$\hat{f}^e = \int_{E_e} \bar{w}\,f\,dx = (\bar{w}, f)_e \equiv \text{contribución del elemento } e$$

$$\Rightarrow \bar{f} = \sum_{e=1}^{N} \hat{\bar{f}}^e \quad ; \quad \hat{\bar{f}}^e = [\hat{f}_j^e] \; ; \; \hat{f}_j^e = (w_j, f)_e = \int_{E_e} w_j\,f\,dx$$

Folla / *Hoja*: /
Data / *Fecha*: / /

UNIVERSIDADE DA CORUÑA

ESCOLA TÉCNICA SUPERIOR
DE ENXEÑEIROS DE CAMIÑOS,
CANAIS E PORTOS

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
DE INGENIEROS DE CAMINOS,
CANALES Y PUERTOS

Nome / *Nombre*:
Materia:
Curso: Grupo: Núm. Matrícula:

OBSERVACIÓN

Si se eligen las funciones $\left\{\begin{array}{l}\text{de prueba } \phi_i(x)\\ \text{de test } w_j(x)\end{array}\right\}$ de forma que

tengan soporte local $\Rightarrow$

1) Cada $\left\{\begin{array}{l}\phi_i(x)\\ w_j(x)\end{array}\right\}$ será nula en la mayor parte de los elementos E_e
2) La mayor parte de las contribuciones $\left\{\begin{array}{l}\hat{K}_{ji}^e\\ \hat{f}_j^e\end{array}\right\}$ serán nulas
3) Es posible que la mayor parte de los términos $\{K_{ji}\}$ sean nulos

NOTAS:

2) $\Rightarrow$ FUERTE REDUCCIÓN DEL TIEMPO DE CÁLCULO DE INTEGRACIÓN

3) $\Rightarrow$ MATRIZ 'SPARSE' $\rightarrow$
- almacenamiento eficaz
- solución eficaz de sistemas

Folla / *Hoja*: /
Data / *Fecha*: / /

UNIVERSIDADE DA CORUÑA

ESCOLA TÉCNICA SUPERIOR
DE ENXEÑEIROS DE CAMIÑOS,
CANAIS E PORTOS

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
DE INGENIEROS DE CAMINOS,
CANALES Y PUERTOS

Nome / *Nombre*:
Materia:
Curso: Grupo: Núm. Matrícula:

<u>ORGANIZACIÓN GLOBAL</u>

```
C..... MATRIZ DE RIGIDEZ
    do j = 0, n
      do i = 0, n
        K_ji = 0.
        do e = 1, N
          CALCULAR  K̂_ji^e                          }
          ENSAMBLAR  K_ji = K_ji + K̂_ji^e          } (*)
        enddo
      enddo
    enddo

C..... VECTOR DE FUERZAS
    do j = 0, n
      f_j = 0.
      do e = 1, N
        CALCULAR  f̂_j^e
        ENSAMBLAR  f_j = f_j + f̂_j^e
      enddo
    enddo
```

(*) Resulta fácil {comprobar / razonar} que muchas K_{ji} serán nulas

UNIVERSIDADE DA CORUÑA

ESCOLA TÉCNICA SUPERIOR
DE ENXEÑEIROS DE CAMIÑOS,
CANAIS E PORTOS

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
DE INGENIEROS DE CAMINOS,
CANALES Y PUERTOS

Nome / *Nombre*:
Materia:
Curso: Grupo: Núm. Matrícula:

ORGANIZACIÓN POR ELEMENTOS

C..... MATRIZ DE RIGIDEZ Y VECTOR DE FUERZAS

C..... INICIALIZAR

do $j = 0, n$
    $f_j = 0.$
    do $i = 0, n$
        $k_{ji} = 0.$
    enddo
enddo

C..... BUCLE SOBRE ELEMENTOS

do $e = 1, N$
    do $j = 0, n$
        CALCULAR $\hat{f}_j^e$
        ENSAMBLAR $f_j = f_j + \hat{f}_j^e$
        do $i = 0, n$
            CALCULAR $\hat{k}_{ji}^e$
            ENSAMBLAR $k_{ji} = k_{ji} + \hat{k}_{ji}^e$
        enddo
    enddo
enddo

(*)

(*) Resulta fácil programar implementar y que no hay que calcular los términos $\hat{k}_{ji}^e$, $\hat{f}_j^e$ que son nulos

ESCOLA TÉCNICA SUPERIOR
DE ENXEÑEIROS DE CAMIÑOS,
CANAIS E PORTOS

*ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
DE INGENIEROS DE CAMINOS,
CANALES Y PUERTOS*

Nome / *Nombre*:
Materia:
Curso: Grupo: Núm. Matrícula:

CRITERIOS DE SELECCIÓN DE LAS FUNCIONES DE PRUEBA

1) CONCEPTO DE NODO:

Elegimos los puntos $\{x_k\}_{k=0,\dots,n}$

y definimos las funciones de prueba $\{\phi_i(x)\}_{i=0,\dots,n}$ de forma que

$\boxed{\alpha_k = u^h(x_k)}$: la incógnita α_i es el valor de la solución en el nodo i-ésimo $\Rightarrow$ FÁCIL INTERPRETACIÓN

Este efecto se consigue si $\phi_i(x_k) = \delta_{ik} \Rightarrow u^h(x_k) = \sum_{i=0}^{n} \delta_{ik}\alpha_k = \alpha_k$

$\Rightarrow$ "A cada nodo le corresponde una función de prueba que verifica

$$\begin{cases} \phi_i(x_k) = 0 \text{ si } i \neq k \\ \phi_i(x_i) = \underline{1} \end{cases}$$

2) SOPORTE LOCAL

$\left.\begin{matrix} \phi_i(x) = 0 \\ w_j(x) = 0 \end{matrix}\right\}$ cuando $x \in$ la mayor parte de los elementos $E_e \Rightarrow$

– Sólo es necesario calcular las contribuciones

$\left\{\begin{matrix} \hat{K}_{ji}^e \\ \hat{f}_j^e \end{matrix}\right\}$ para los nodos i,j tales que $\begin{cases} \phi_i(x) \neq 0 \text{ en } E_e \\ \text{y} \\ w_j(x) \neq 0 \text{ en } E_e \end{cases}$

– Son nulos los coeficientes

$K_{ji} = 0$ para los nodos i,j tales que $\left.\begin{cases} \phi_i(x) = 0 \\ \text{o} \\ w_j(x) = 0 \end{cases}\right\} \forall E_e$

Folla / *Hoja*: /

Data / *Fecha*: / /

UNIVERSIDADE DA CORUÑA

ESCOLA TÉCNICA SUPERIOR
DE ENXEÑEIROS DE CAMIÑOS,
CANAIS E PORTOS

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
DE INGENIEROS DE CAMINOS,
CANALES Y PUERTOS

Nome / *Nombre*:

Materia:

Curso: Grupo: Núm. Matrícula:

3) PARTICIÓN DE LA UNIDAD

$u^h(x)$ debe poder representar exactamente la función $u(x) = cte. \Rightarrow$

$\alpha_k = u^h(x_k) = cte \rightsquigarrow u^h(x) = \sum_{i=0}^{n} \alpha_i \phi_i(x) = cte. \sum_{i=0}^{n} \phi_i(x) = cte$

$\Rightarrow \boxed{\sum_{i=0}^{n} \phi_i(x) = 1}$

UNIVERSIDADE DA CORUÑA

ESCOLA TÉCNICA SUPERIOR DE ENXEÑEIROS DE CAMIÑOS, CANAIS E PORTOS

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

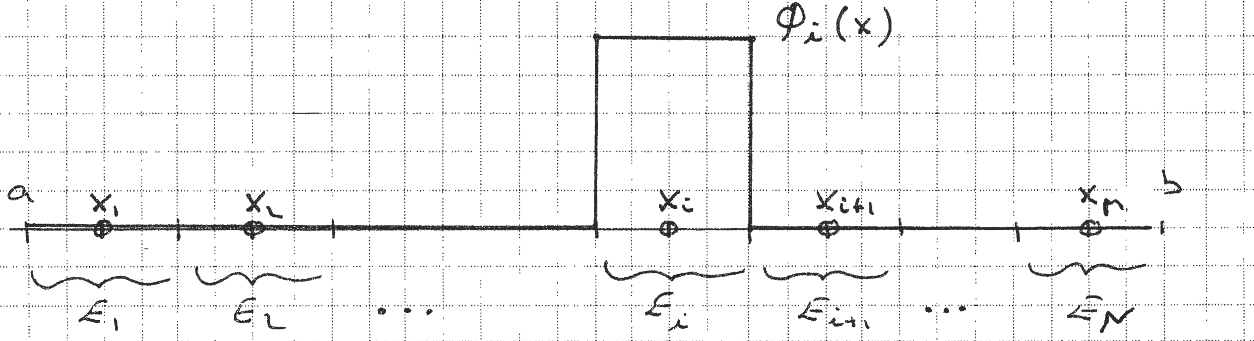
Nome / *Nombre*:

Materia:

Curso: Grupo: Núm. Matrícula:

Ejemplos (Bubnov Galerkin)

Elementos de 1 nodo (*)

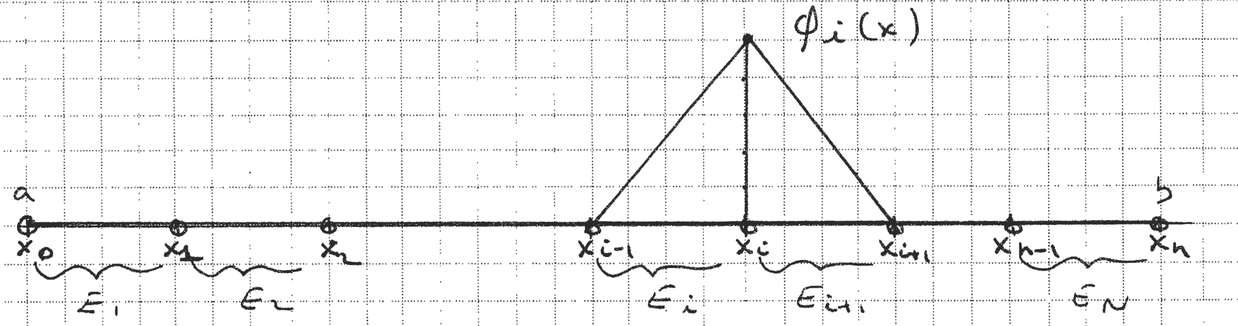


$N = n$

$\Rightarrow$ $u^h(x)$ es una función en escalón $\rightarrow H^0$

$\underset{\sim}{K}$ es diagonal

Elementos de 2 nodos



$N = n$

$\Rightarrow$ $u^h(x)$ es una función poligonal a trozos ($\mathcal{C}^0$) $\rightarrow H^1$

$\underset{\sim}{K}$ es tridiagonal simétrica (semiancho de banda = 1)

(*) Numeramos los nodos y las funciones de prueba desde 1 hasta n

UNIVERSIDADE DA CORUÑA

ESCOLA TÉCNICA SUPERIOR
DE ENXEÑEIROS DE CAMIÑOS,
CANAIS E PORTOS

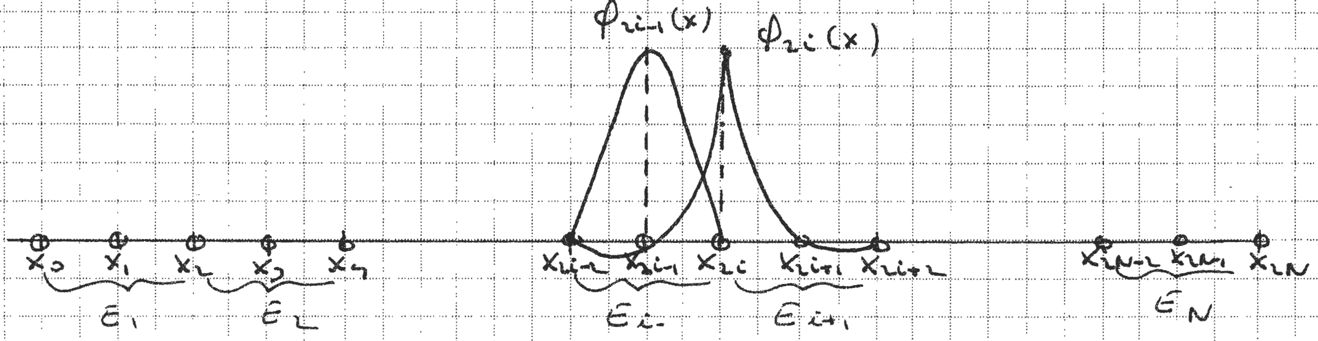
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
DE INGENIEROS DE CAMINOS,
CANALES Y PUERTOS

Nome / *Nombre*:

Materia:

Curso: Grupo: Núm. Matrícula:

elementos de 3 nodos



$\Rightarrow$ $u^h(x)$ es una función parabólica a trozos (C^0) $\rightarrow H^1$

$\underset{\sim}{K}$ es pentadiagonal simétrica (semiancho de banda = 2)

UNIVERSIDADE DA CORUÑA

Folla / *Hoja*: /

Data / *Fecha*: / /

ESCOLA TÉCNICA SUPERIOR DE ENXEÑEIROS DE CAMIÑOS, CANAIS E PORTOS

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE CAMINOS, CANALES Y PUERTOS

Nome / *Nombre*:

Materia:

Curso: Grupo: Núm. Matrícula:

OBSERVACIÓN

Relacionando nodos con elementos, debe ser posible sistematizar la discusión sobre que términos

$$\hat{k}_{ji}^{e}, \ \hat{f}_{j}^{e}$$

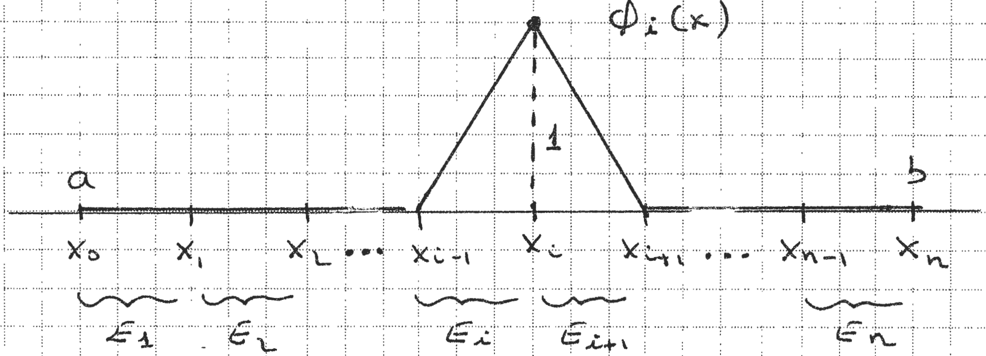
es preciso calcular para cada elemento e.

$$\Downarrow$$

FUNCIONES DE FORMA

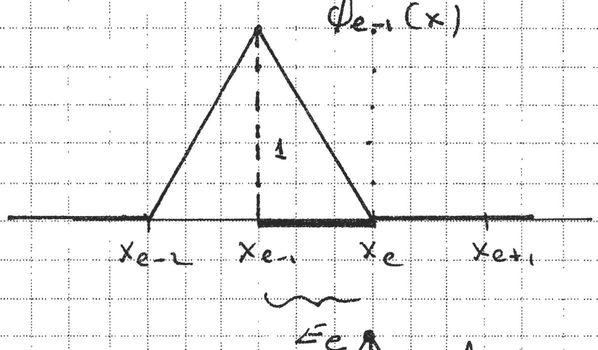
FUNCIONES DE FORMA

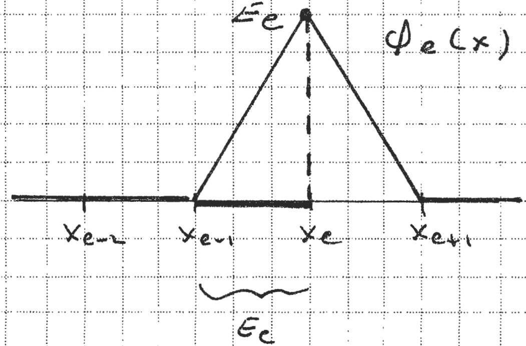
Ej: elemento de 2 nodos



$N = n$

$\Rightarrow$ Sólo hay dos funciones de prueba no nulas en el elemento E_e





Folla / *Hoja*: /

Data / *Fecha*: / /

UNIVERSIDADE DA CORUÑA

ESCOLA TÉCNICA SUPERIOR
DE ENXEÑEIROS DE CAMIÑOS,
CANAIS E PORTOS

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
DE INGENIEROS DE CAMINOS,
CANALES Y PUERTOS

Nome / *Nombre*:

Materia:

Curso: Grupo: Núm. Matrícula:

PERSPECTIVA LOCAL DEL ELEMENTO

Luego las contribuciones no nulas del elemento e son:

$$\hat{K}^{e}_{j,e-1} \qquad \hat{K}^{e}_{je} \qquad j = 0, \ldots, n$$

Si se utiliza el método de Bubnov-Galerkin ($w_j(x) = \phi_j(x)$),

las contribuciones no nulas del elemento e son:

$$\tilde{f}^{e} = \begin{Bmatrix} \hat{f}^{e}_{e-1} \\ \hat{f}^{e}_{e} \end{Bmatrix} \qquad \leftarrow \quad j = e-1, e$$

$$\tilde{K}^{e} = \begin{bmatrix} \hat{K}^{e}_{e-1,e-1} & \hat{K}^{e}_{e-1,e} \\ \hat{K}^{e}_{e,e-1} & \hat{K}^{e}_{e,e} \end{bmatrix} \qquad \leftarrow \quad \begin{cases} j = e-1, e \\ i = e-1, e \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

Suficie trabajar con numeración local y

coordenadas locales (de referencia)

UNIVERSIDADE DA CORUÑA

Folla / *Hoja*: /

Data / *Fecha*: / /

ESCOLA TÉCNICA SUPERIOR
DE ENXEÑEIROS DE CAMIÑOS,
CANAIS E PORTOS

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
DE INGENIEROS DE CAMINOS,
CANALES Y PUERTOS

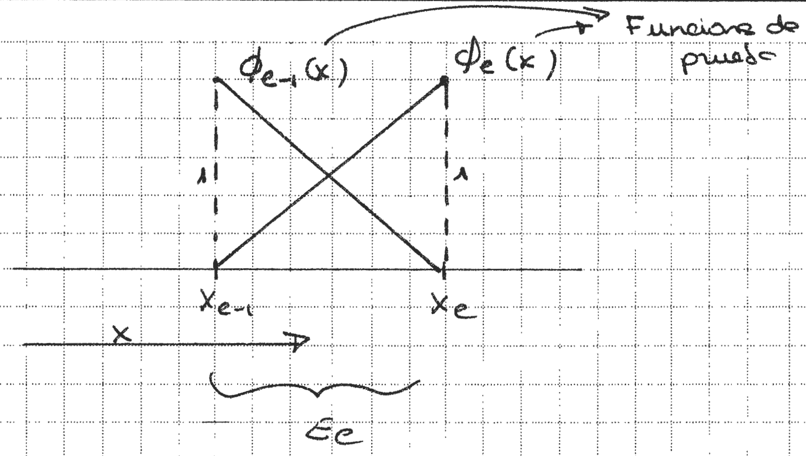
Nome / *Nombre*:

Materia:

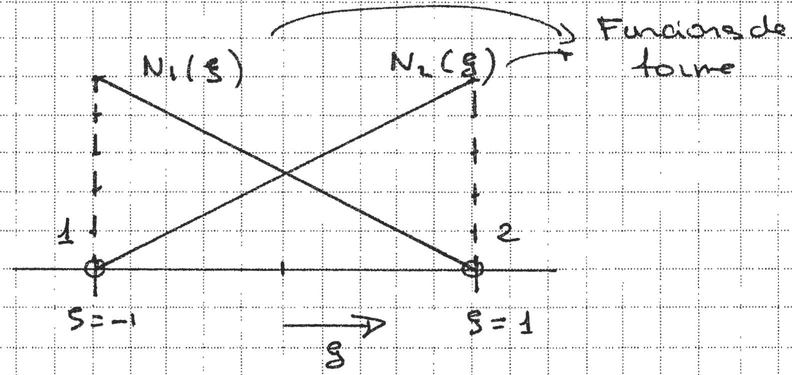
Curso: Grupo: Núm. Matrícula:

ELEMENTO MAESTRO

Coordenada Material: x



Coordenada de Referencia: ξ



$\Rightarrow$ Dentro del elemento E_e: $u^h(x) = \alpha_{e-1}\,\phi_{e-1}(x) + \alpha_e\,\phi_e(x)$

$$= \alpha_{e-1}\,N_1(\xi) + \alpha_e\,N_2(\xi)$$

$\Rightarrow$ Es necesario definir una transformación de coordenadas $\xi \leftrightarrow x$,

$x = x(\xi)$ que verifique $\begin{cases} x(-1) = x_{e-1} \\ x(1) = x_e \\ \dfrac{dx}{d\xi} \neq 0 \quad \forall \xi \in (-1,1) \end{cases}$

$\downarrow$

INTERPOLACIÓN GEOMÉTRICA.

ESCOLA TÉCNICA SUPERIOR
DE ENXEÑEIROS DE CAMIÑOS,
CANAIS E PORTOS

*ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
DE INGENIEROS DE CAMINOS,
CANALES Y PUERTOS*

Nome / *Nombre*:

Materia:

Curso: Grupo: Núm. Matrícula:

ELEMENTOS ISOPARAMÉTRICOS (INT. GEOMÉTRICA = INT. FUNCIONAL)

$$x(\xi) = x_{e-1} N_1(\xi) + x_e N_2(\xi)$$

NUMERACIÓN LOCAL

NODO GLOBAL $\begin{Bmatrix} e-1 \\ e \end{Bmatrix} \Longleftrightarrow$ NODO LOCAL $\begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \end{Bmatrix}$ del elemento e

luego $\begin{cases} x_{e-1} = x_1^e \\ x_e = x_2^e \end{cases}$

INTERPOLACIÓN ISOPARAMÉTRICA DE CUALQUIER MAGNITUD

Conocida la propiedad/magnitud p en los nodos, $\{p_i\}_{i=0,\ldots,n}$

interpolamos:

- NOTACIÓN GLOBAL $\quad p^h(x) = \sum_{i=0}^{n} p_i \,\phi_i(x)$
- NOTACIÓN LOCAL $\quad \begin{cases} x \in E_e \\ p^h(\xi) = p_1^e N_1(\xi) + p_2^e N_2(\xi) \end{cases}$

Folla / *Hoja*: /

Data / *Fecha*: / /

UNIVERSIDADE DA CORUÑA

ESCOLA TÉCNICA SUPERIOR
DE ENXEÑEIROS DE CAMIÑOS,
CANAIS E PORTOS

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
DE INGENIEROS DE CAMINOS,
CANALES Y PUERTOS

Nome / *Nombre*:

Materia:

Curso: Grupo: Núm. Matrícula:

CALCULO DE CONTRIBUCIONES ELEMENTALES

Definimos:

$$\begin{cases} \underset{\sim}{N} = [N_1(\xi) \quad N_2(\xi)] \\ \underset{\sim}{L} = [1] \\ \underset{\sim}{B} = \underset{\sim}{L}\,\underset{\sim}{N} \quad \text{en este caso } \underset{\sim}{B} = \underset{\sim}{N} \\ \underset{\sim}{D} = [1] \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \underset{\sim}{f}^e = \int_{\Omega_e} \underset{\sim}{N}^T f \, dx = \int_{\xi=-1}^{\xi=1} \underset{\sim}{N}^T(\xi) \, f(x)\Big|_{x=x(\xi)} \, J(\xi) \, d\xi \\ \underset{\sim}{K}^e = \int_{\Omega_e} \underset{\sim}{B}^T \underset{\sim}{D}\,\underset{\sim}{B} \, dx = \int_{\xi=-1}^{\xi=1} \underset{\sim}{B}^T(\xi) \, \underset{\sim}{D}(x)\Big|_{x=\xi} \underset{\sim}{B}(\xi) \, J(\xi) \, d\xi \end{cases}$$

con

$$\begin{cases} x(\xi) = x_1^e N_1(\xi) + x_2^e N_2(\xi) = \underset{\sim}{N}(\xi) \begin{Bmatrix} x_1^e \\ x_2^e \end{Bmatrix} \\ J(\xi) = \left| \dfrac{dx}{d\xi} \right| = \left| x_1^e \dfrac{dN_1(\xi)}{d\xi} + x_2^e \dfrac{dN_2(\xi)}{d\xi} \right| = \left| \dfrac{d\underset{\sim}{N}^T(\xi)}{d\xi} \begin{Bmatrix} x_1^e \\ x_2^e \end{Bmatrix} \right| \end{cases}$$

Una vez resuelto el sistema, $x \in \Omega_e \Rightarrow u^h(x) = \alpha_1^e N_1(\xi) + \alpha_2^e N_2(\xi)$

$$= \underset{\sim}{N}(\xi) \begin{Bmatrix} \alpha_1^e \\ \alpha_2^e \end{Bmatrix}$$

Folla / *Hoja*: /

Data / *Fecha*: / /

UNIVERSIDADE DA CORUÑA

ESCOLA TÉCNICA SUPERIOR
DE ENXEÑEIROS DE CAMIÑOS,
CANAIS E PORTOS

*ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
DE INGENIEROS DE CAMINOS,
CANALES Y PUERTOS*

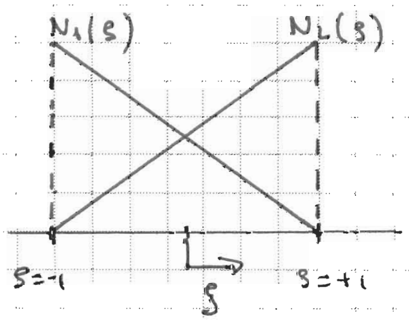
Nome / *Nombre*:

Materia:

Curso: Grupo: Núm. Matrícula:

Ej:

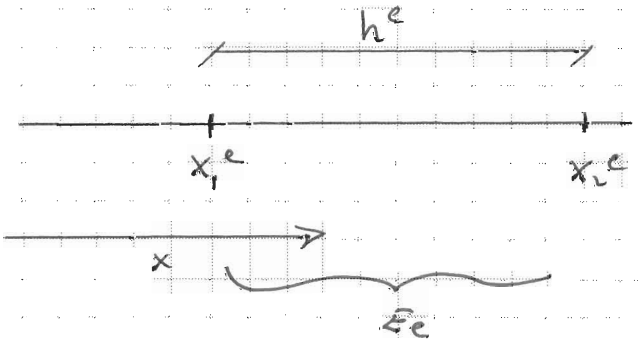
Elemento de 2 nodos



$$\begin{cases} N_1(\xi) = \frac{1}{2}(1-\xi) & \frac{dN_1}{d\xi}(\xi) = -\frac{1}{2} \\ N_2(\xi) = \frac{1}{2}(1+\xi) & \frac{dN_2}{d\xi}(\xi) = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\underset{\sim}{N} = \left[\frac{1}{2}(1-\xi) \quad \frac{1}{2}(1+\xi) \right]$$

$$\Rightarrow J(\xi) = \left| x_1^e \left(-\frac{1}{2}\right) + x_2^e \left(\frac{1}{2}\right) \right| = \left| \frac{x_2^e - x_1^e}{2} \right| = \frac{h^e}{2}$$



Luego

$$\underset{\sim}{K}^e = \int_{\xi=-1}^{\xi=1} \begin{bmatrix} \frac{1}{4}(1-\xi)^2 & \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\xi) \\ \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\xi) & \frac{1}{4}(1+\xi)^2 \end{bmatrix} \frac{h^e}{2}\, d\xi = \frac{h^e}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

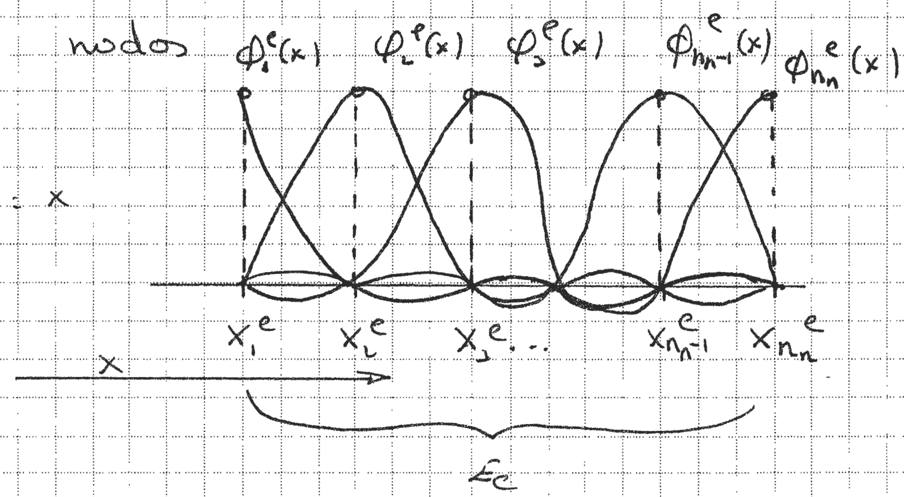
$\Rightarrow$ Si todos los elementos son iguales y los nodos se numeran de izquierda a derecha, el ensamblaje produce:

$$\underset{\sim}{K} = \frac{h}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 & & & \\ 1 & 4 & 1 & & \\ & 1 & 4 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & 4 & 1 \\ & & & 1 & 2 \end{bmatrix} \qquad h = \frac{b-a}{N} \quad ; \quad N = n$$

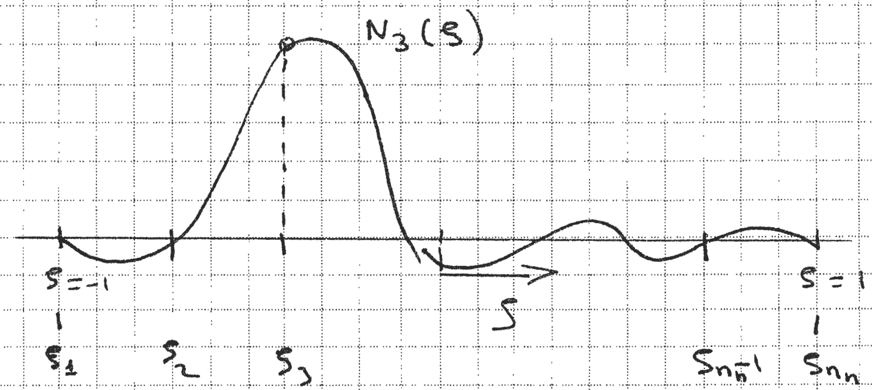
ELEMENTOS LAGRANGIANOS

Elemento de n_n nodos

Coordenada Material: x



Coordenada de Referencia: ξ



$$N_{i_n}(\xi) = \prod_{\substack{j_n=1,n_n \\ j_n \neq i_n}} \frac{(\xi - \xi_{j_n})}{(\xi_{i_n} - \xi_{j_n})} \quad \text{(Pol. Lagrange)}$$

$\Rightarrow$ $u^h(x)$ es un $P_{n_n-1}(\xi)$ a trozos (*)

$\underset{\sim}{K}$ es simétrica, en banda, con semiancho de banda $= n_n - 1$

(*) ¡OJO!, $u^h(x)$ es C^0

$u^h(x)$ sólo es un $P_{n_n-1}(x)$ si los nodos están equiespaciados

Luego, dentro del elemento E_e:

$$\begin{cases} u^h(x) = \sum_{i_n=1}^{n_n} \alpha_{i_n}^e \cdot N_{i_n}(s) \\ p^h(x) = \sum_{i_n=1}^{n_n} p_{i_n}^e \cdot N_{i_n}(s) \end{cases} \qquad s \in [-1, 1]$$

Elemento isoparamétrico:

$$\begin{cases} x(s) = \sum_{i_n=1}^{n_n} x_{i_n}^e \, N_{i_n}(s) \\ J(s) = \left| \frac{dx}{ds} \right| = \left| \sum_{i_n=1}^{n_n} x_{i_n}^e \frac{dN_{i_n}(s)}{ds} \right| \end{cases} \qquad s \in [-1, 1]$$

Elemento no isoparamétrico:

$$\xi_j: \quad x(s) = x_1^e \left(\frac{1-s}{2} \right) + x_{n_n}^e \left(\frac{1+s}{2} \right)$$

Se puede demostrar que si los nodos están equiespaciados, esto es equivalente a la interpolación isoparamétrica.
(pues para este caso, $x(s) = p_1(s)$)

UNIVERSIDADE DA CORUÑA

ESCOLA TÉCNICA SUPERIOR
DE ENXEÑEIROS DE CAMIÑOS,
CANAIS E PORTOS

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
DE INGENIEROS DE CAMINOS,
CANALES Y PUERTOS

Nome / *Nombre*:
Materia:
Curso: Grupo: Núm. Matrícula:

CALCULO DE CONTRIBUCIONES ELEMENTALES

Definimos:

$$\begin{cases} \underset{\sim}{N} = [N_1(s) \; N_2(s) \; \dots \; N_{i_n}(s)] \\ \underset{\sim}{L} = [1] \\ \underset{\sim}{B} = \underset{\sim}{L}\underset{\sim}{N} \quad , \text{ en este caso } \underset{\sim}{B} = \underset{\sim}{N} \\ \underset{\sim}{D} = [1] \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} \underset{\sim}{f}^e = \int_{E_e} \underset{\sim}{N}^T f \, dx = \int_{s=-1}^{s=1} \underset{\sim}{N}^T(s) \, f(x)\Big|_{x=x(s)} \, J(s) \, ds \\ \underset{\sim}{K}^e = \int_{E_e} \underset{\sim}{B}^T \underset{\sim}{D} \underset{\sim}{B} \, dx = \int_{s=-1}^{s=1} \underset{\sim}{B}^T(s) \, \underset{\sim}{D}(s) \, \underset{\sim}{B}(s) \, J(s) \, ds \end{cases}$$

con $x(s) = \sum_{i_n=1}^{n_n} x_{i_n}^e N_{i_n}(s) = \underset{\sim}{N}(s) \begin{Bmatrix} x_{i_1}^e \\ \vdots \\ x_{n_n}^e \end{Bmatrix} = \underset{\sim}{N}(s) \bar{x}^e$

$$J(s) = \left|\frac{dx}{ds}\right| = \left| \sum_{i_n=1}^{n_n} x_{i_n}^e \frac{dN_{i_n}(s)}{ds} \right| = \frac{d\underset{\sim}{N}}{ds}(s) \cdot \begin{Bmatrix} x_1^e \\ \vdots \\ x_{n_n}^e \end{Bmatrix} = \frac{d\underset{\sim}{N}}{ds}(s) \, \bar{x}^e$$

Folla / *Hoja*: /
Data / *Fecha*: / /

UNIVERSIDADE DA CORUÑA

ESCOLA TÉCNICA SUPERIOR
DE ENXEÑEIROS DE CAMIÑOS,
CANAIS E PORTOS

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
DE INGENIEROS DE CAMINOS,
CANALES Y PUERTOS

Nome / *Nombre*:
Materia:
Curso: Grupo: Núm. Matrícula:

INTEGRACIÓN NUMÉRICA DE LAS CONTRIBUCIONES ELEMENTALES

GAUSS

$$\begin{cases} \underset{\sim}{f}^e \simeq \sum_{i_g=1,n_g} \left[\underset{\sim}{N}^T(\xi_{i_g}) \, f(x)\Big|_{x=x(\xi_{i_g})} \, J(\xi_{i_g}) \right] w_{i_g} \\ \underset{\sim}{K}^e \simeq \sum_{i_g=1,n_g} \left[\underset{\sim}{B}^T(\xi_{i_g}) \, \underset{\sim}{D}(\xi_{i_g}) \, \underset{\sim}{B}(\xi_{i_g}) J(\xi_{i_g}) \right] w_{i_g} \end{cases}$$

Eg: Elements de 2 nods $\Rightarrow$

$$\left.\begin{aligned} \underset{\sim}{B}(\xi) &= P_1(\xi) \\ \underset{\sim}{D}(\xi) &= P_0(\xi) \\ J(\xi) &= P_0(\xi) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \underset{\sim}{K}^e = \int_{\xi=-1}^{\xi=1} P_2(\xi)\, d\xi$$

$\Downarrow$

basta con $n_g = 2$ (*)

Elements de 3 nods $\Rightarrow$

$$\left.\begin{aligned} \underset{\sim}{B}(\xi) &= P_2(\xi) \\ D(\xi) &= 1 \\ J(\xi) &= P_1(\xi) \end{aligned}\right\} \Rightarrow \underset{\sim}{K}^e = \int_{\xi=-1}^{\xi=1} P_5(\xi)\, d\xi$$

$\Downarrow$

basta con $n_g = 3$ (**)

(*) integra exactamente hasta un $P_3(\xi)$
(**) " " " " $P_5(\xi)$