

# Programa. Curso 2024/2025

## *Cálculo Numérico*

---

### PROGRAMA:

#### 1. APROXIMACIÓN E INTERPOLACIÓN (12h)

Introducción. Objetivo y utilidad de la aproximación. Funciones tipo de aproximación. Criterios de aproximación. Aproximación polinómica. Bases de cálculo con polinomios. Evaluación y derivación. Estructura de espacio vectorial. Bases de polinomios. Polinomios ortogonales. Tipos de aproximación polinómica. Interpolación pura. [Teorema fundamental, mal-condicionamiento; Interpolación de Lagrange y Newton; Diferencias de Newton]. Aproximación por mínimos cuadrados. [Teorema fundamental, ecuaciones normales, mal-condicionamiento; Polinomios Ortogonales; Suavizado]. Aproximación Mini-Max. Técnicas de mejora de la aproximación. Muestreo óptimo de Chebychev. Economización de Chebychev]. Recapitulación y recomendaciones. Aproximación por splines. Splines más comúnmente empleados. Splines de clase C0. Splines de clase C1. Splines de clase C2. Bases de splines. Aplicaciones. Aproximación racional. Técnicas de interpolación para dibujo por ordenador. Curvas de Bézier. B-splines. Interpolación multidimensional.

#### 2. INTEGRACIÓN Y DERIVACIÓN NUMÉRICA (12h)

Introducción. Integración de Newton. Formulación general. Cuadraturas cerradas de Newton-Cotes. Cuadraturas abiertas de Newton-Cotes. Integración de Gauss. Formulación general. Cuadraturas de Gauss-Legendre. Cuadraturas de Gauss-Laguerre. Cuadraturas de Gauss-Hermite. Cuadraturas de Gauss-Chebychev. Integración mixta. Formulación general. Cuadratura de Radau. Cuadratura de Lobatto. Técnicas de mejora de la integración. Combinación de fórmulas simples. Fórmulas compuestas. Extrapolación de Richardson. Integración de Romberg. Integración de Filón. Convergencia de las cuadraturas. Integración de funciones con puntos de discontinuidad y singularidades. Integración múltiple. Derivación numérica. Recapitulación y recomendaciones.

#### 3. ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS (12h)

Introducción y conceptos generales. Definiciones. Notación. Reducción de ecuaciones diferenciales de orden superior a sistemas de ecuaciones diferenciales de primer orden. Concepto de consistencia, convergencia y estabilidad. Clasificación de problemas: problemas de valor inicial y problemas de contorno. Métodos elementales (o de aproximación de las derivadas) para problemas de valor inicial. Método de Euler. Descripción. Interpretación gráfica. Consistencia. Análisis de convergencia. Análisis de estabilidad. Propagación de errores.

Método de diferencias centradas. Descripción. Interpretación gráfica. Consistencia. Análisis de convergencia. Análisis de estabilidad. Método de tercer orden no-convergente. Descripción. Consistencia. Análisis de convergencia. Métodos de intervalo simple para problemas de valor inicial. Definición general. Formalización de conceptos. [Error local y error global de truncamiento]. Generalización de los métodos elementales: Métodos de aproximación de las diferencias. [Serie de Taylor; Definición general de los métodos tipo Runge-Kutta]. Métodos de Runge-Kutta. Métodos de segundo orden. [Definición General]. [Métodos de Euler modificado, Heun y Ralston]. Métodos de tercer orden. [Métodos de Kutta y Heun]. Métodos de cuarto Orden. [Métodos de Kutta y Gill]; Métodos de orden superior. Resumen y observaciones sobre los métodos de Runge-Kutta. Métodos de intervalo múltiple para problemas de valor inicial. Definición general. Generalización de los métodos de Runge-Kutta. Cuadraturas abiertas (predictores). Cuadraturas cerradas (correctores). Métodos de Adams-Bashforth o predictores. Métodos de Moulton o correctores. Métodos de predicción-corrección. Método de Adams-Moulton. Método de Milne de cuarto orden. Método de Milne de sexto orden. Convergencia y estabilidad. Recapitulación sobre métodos para problemas de valor inicial y recomendaciones generales. Comparación de métodos. Extrapolación de Richardson y aplicaciones. Estimación de errores. Técnicas de control de paso. Métodos de paso variable. Método de Burlisch-Stoer. Sistemas de ecuaciones "staff". Problemas de contorno. Otros métodos. Introducción. Método de disparo ("Shooting"). Planteamiento general como solución de un sistema de ecuaciones no-lineales. Problemas característicos.

#### **4. ECUACIONES DIFERENCIALES EN DERIVADAS PARCIALES (14h)**

Introducción y conceptos generales. Ecuaciones en derivadas parciales lineales de segundo orden. Condiciones de contorno. Condiciones de Dirichlet. Condiciones de Neumann. Condiciones mixtas. Notación. Clasificación de problemas. Problemas de valor inicial. [Ecuaciones parabólicas e hiperbólicas]. Problemas de contorno. [Ecuaciones elípticas]. Clasificación de métodos. Métodos en diferencias. Métodos integrales. El método de las diferencias finitas. Conceptos generales. Obtención de ecuaciones en diferencias. Revisión de conceptos de consistencia, convergencia y estabilidad. Solución numérica de ecuaciones parabólicas. Problema unidimensional. [Métodos explícito, implícito y de Crank-Nicolson; Estabilidad de Von Neumann]. Problema bidimensional. [Métodos explícito, implícito y de direcciones alternantes]. Problema tridimensional. Solución numérica de ecuaciones elípticas Método directo. Métodos iterativos. [Métodos de Richardson y Liebmann]. Solución numérica de ecuaciones hiperbólicas. Método explícito. Método implícito. Condiciones de Contorno para dominios infinitos. Recapitulación. Ventajas y desventajas de los métodos explícitos e implícitos. Consistencia global de los esquemas en diferencias. Contornos curvos. Ecuaciones con coeficientes no constantes.

#### **5. PROBLEMAS DE VALORES Y VECTORES PROPIOS (10h)**

Planteamiento matemático. Problema estándar y problema generalizado. Autovalores de matrices simétricas. Reducción y traslación de autovalores. Cociente de Rayleigh. Propiedades. Análisis de Rayleigh-Ritz. Métodos para matrices simétricas. Métodos de iteración vectorial. [Mises]. Métodos de transformación. [Jacobi, QR de Householder]. Métodos de iteración polinómica. [Iteraciones explícita e implícita]. Métodos basados en las secuencias de Sturm. Métodos recomendados para grandes sistemas. Métodos para problemas de tipo general. Autovalores de matrices no simétricas. Otros métodos. Recapitulación y recomendaciones.