

Ejercicios propuestos (y soluciones) de la clase del 29/09/2025

- 1.— Obtener la solución de equilibrio en un problema de calor regido por la ley de Fourier en el dominio comprendido entre dos cilindros concéntricos de radio interior R_0 y radio exterior R_1 , si la temperatura de la superficie del cilindro interior es T_0 (constante) y la temperatura de la superficie del cilindro exterior es T_1 (constante), en ausencia de fuentes de calor internas y asumiendo que todas las propiedades físicas son constantes.
-

- 2.— Obtener la solución de equilibrio en un problema de calor regido por la ley de Fourier en el dominio comprendido entre dos cilindros concéntricos de radio interior R_0 y radio exterior R_1 , si la temperatura de la superficie del cilindro interior es T_0 (constante) y la superficie del cilindro exterior está aislada, en ausencia de fuentes de calor internas y asumiendo que todas las propiedades físicas son constantes.
-

- 3.— Obtener la solución de equilibrio en un problema de calor regido por la ley de Fourier en el dominio comprendido entre dos esferas concéntricas de radio interior R_0 y radio exterior R_1 , si la temperatura de la superficie de la esfera interior es T_0 (constante) y la temperatura de la superficie de la esfera exterior es T_1 (constante), en ausencia de fuentes de calor internas y asumiendo que todas las propiedades físicas son constantes.
-

Solución 1. El problema a resolver es $\Delta u_E = 0$ en coordenadas cilíndricas y, por la simetría de este caso, la solución es independiente de la coordenada angular θ y la cota z , por lo que el problema a resolver se reduce a

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du_E}{dr} \right) = 0; \quad u_E(R_0) = T_0, \quad u_E(R_1) = T_1$$

La solución es $u_E(r) = \frac{T_0 \ln(R_1/r) - T_1 \ln(R_0/r)}{\ln(R_1/R_0)}$.

Solución 2. El problema a resolver es $\Delta u_E = 0$ en coordenadas cilíndricas y, por la simetría de este caso, la solución es independiente de la coordenada angular θ y la cota z , por lo que el problema a resolver se reduce a

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{du_E}{dr} \right) = 0; \quad u_E(R_0) = T_0, \quad \frac{du_E(R_1)}{dr} = 0$$

La solución es $u_E(r) = T_0$.

Solución 3. El problema a resolver es $\Delta u_E = 0$ en coordenadas esféricas y, por la simetría de este caso, la solución es independiente de las coordenadas angulares ϕ y ψ , por lo que el problema a resolver se reduce a

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{du_E}{dr} \right) = 0; \quad u_E(R_0) = T_0, \quad u_E(R_1) = T_1$$

La solución es $u_E(r) = \frac{T_1 R_1(1 - R_0/r) - T_0 R_0(1 - R_1/r)}{(R_1 - R_0)}$.
