TABLAS DE ESTADÍSTICA

DISTRIBUCIONES MÁS USUALES (1)

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL —— $X = B(n, p)$

$X \equiv$ número de éxitos en n experimentos de Bernouilli iid
[$n =$ número de experimentos; $p =$ probabilidad de éxito]

$$m_x = np, \qquad \sigma_x^2 = np(1-p),$$

$$P_X(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \qquad F_X(x) = \sum P_X(x), \qquad x = 0, 1, 2, .., n.$$

Cálculo: DIRECTO (Aproximación Normal cuando $np > 5$, $n(1-p) > 5$)

DISTRIBUCIÓN GEOMÉTRICA —— $X = G(p)$

$X \equiv$ número del experimento de Bernouilli en una serie de experimentos iid en que tiene lugar el primer éxito
[$p =$ probabilidad de éxito]

$$m_x = \frac{1}{p}, \qquad \sigma_x^2 = \frac{1-p}{p^2},$$

$$P_X(x) = p(1-p)^{x-1}, \qquad F_X(x) = 1 - (1-p)^x, \qquad x = 1, 2, 3, ...$$

Cálculo: DIRECTO

DISTRIBUCIÓN DE PASCAL (BINOMIAL NEGATIVA) —— $X = BN(k, p)$

$X \equiv$ número del experimento de Bernouilli en una serie de experimentos iid en que tiene lugar el éxito número k
[$k =$ número de éxitos; $p =$ probabilidad de éxito]

$$m_x = \frac{k}{p}, \qquad \sigma_x^2 = \frac{k(1-p)}{p^2},$$

$$P_X(x) = \binom{x-1}{k-1} (1-p)^{x-k} p^k, \qquad F_X(x) = \sum P_X(x), \qquad x = k, k+1, ...$$

Cálculo: DIRECTO

DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA —— $X = HG(n, N1, N2)$

$X \equiv$ número de éxitos en n extracciones sin reemplazamiento
[$n =$ número de extracciones; $N_1 =$ número inicial de éxitos; $N_2 =$ número inicial de fracasos; $N = N1 + N2$; $p = N_1/N$]

$$m_x = np, \qquad \sigma_x^2 = \frac{N-n}{N-1} np(1-p),$$

$$P_X(x) = \frac{\binom{N_1}{x}\binom{N_2}{n-x}}{\binom{N}{n}}, \qquad F_X(x) = \sum P_X(x),$$

$$R_X \equiv \text{máx}\{0, n - N_2\} \leq x \leq \text{mín}\{n, N_1\}, \qquad x \text{ entero.}$$

Cálculo: DIRECTO

DISTRIBUCIONES MÁS USUALES (2)

DISTRIBUCIÓN DE POISSON ——— $X = P(\nu)$

$X \equiv$ número de llegadas de Poisson en un tiempo t
[ν = media de las llegadas de Poisson; λ = frecuencia de llegada]

$$\nu = \lambda t, \qquad m_x = \nu, \qquad \sigma_x^2 = \nu,$$

$$P_X(x) = \frac{\nu^x e^{-\nu}}{x!}, \qquad F_X(x) = \sum P_X(x), \qquad x = 0, 1, 2, ...$$

Cálculo: DIRECTO Y POR TABLAS (Aproximación Normal cuando $\nu > 30$)

DISTRIBUCIÓN EXPONENCIAL ——— $X = EX(\lambda)$

$X \equiv$ tiempo hasta la primera llegada de Poisson en una serie de llegadas independientes
[λ = frecuencia de las llegadas de Poisson]

$$m_x = \frac{1}{\lambda}, \qquad \sigma_x^2 = \frac{1}{\lambda^2},$$

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \qquad F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}, \qquad x \geq 0.$$

Cálculo: DIRECTO

DISTRIBUCIÓN GAMMA ——— $X = \Gamma(k, \lambda)$

$X \equiv$ tiempo hasta la llegada de Poisson número k en una serie de llegadas independientes (puede extenderse a k no entero)
[λ = frecuencia de las llegadas de Poisson; k = número de llegadas]

$$m_x = \frac{k}{\lambda}, \qquad \sigma_x^2 = \frac{k}{\lambda^2},$$

$$f_X(x) = \frac{\lambda(\lambda x)^{k-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(k)}, \qquad F_X(x) = \frac{\gamma(k, \lambda x)}{\Gamma(k)}, \qquad x \geq 0.$$

Cálculo: POR TABLAS (Aproximación Normal cuando $k > 15$)

DISTRIBUCIÓN NORMAL ______ $X = N(m, \sigma^2)$

$X \equiv \lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} Y_i$, $\quad Y_i$ independientes e igualmente distribuidas
(Ver Teorema del Límite Central y condiciones de relajación)

$$m_x = m, \qquad \sigma_x^2 = \sigma^2,$$

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\ \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2\right\}, \qquad F_X(x) = \int f_X(x)dx, \qquad x \in [-\infty, \infty].$$

Cálculo: POR TABLAS (VARIABLE ESTANDARIZADA)

DISTRIBUCIÓN LOGARÍTMICO NORMAL (LOGNORMAL) ___ $X = LN(\breve{m}_x, \sigma_{lnx}^2)$

$X \equiv \lim_{n\to\infty} \prod_{i=1}^{n} Z_i$, $\quad Z_i$ independientes e igualmente distribuidas
[Si $X \equiv LN(\breve{m}_x, \sigma_{lnx}^2)$, entonces $Y = \ln X \equiv N(m_y = \ln \breve{m}_x,\ \ \sigma_y^2 = \sigma_{lnx}^2))$]
(Ver Teorema del Límite Central y condiciones de relajación)

$$m_x = \breve{m}_x e^{\frac{\sigma_{lnx}^2}{2}}, \qquad \sigma_x^2 = m_x^2\left[e^{\sigma_{lnx}^2} - 1\right],$$

$$\breve{m}_x = m_x e^{-\frac{\sigma_{lnx}^2}{2}}, \qquad \sigma_{lnx}^2 = \ln\left(V_x^2 + 1\right), \qquad V_x = \frac{\sigma_x}{m_x},$$

$$f_X(x) = \frac{1}{x\sigma_{lnx}\sqrt{2\pi}}\ \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{1}{\sigma_{lnx}}\ln\left(\frac{x}{\breve{m}_x}\right)\right]^2\right\}, \qquad F_X(x) = \int f_X(x)dx, \qquad x \geq 0.$$

Cálculo: POR TABLAS DE DISTRIBUCIÓN NORMAL

DISTRIBUCIÓN DE GUMBEL (Máximos) ——— $X = GU(\alpha, u)$

$X \equiv$ Valor máximo de una variable aleatoria

$$m_x = u + \frac{\gamma}{\alpha}, \qquad \sigma_x^2 = \frac{\pi^2}{6\alpha^2}, \qquad \gamma \approx 0.577, \qquad u \equiv moda,$$

$$f_X(x) = \alpha \; \exp\big\{-\alpha(x-u) - e^{-\alpha(x-u)}\big\}, \qquad F_X(x) = \exp\big\{-e^{-\alpha(x-u)}\big\}, \qquad x \in [-\infty, \infty].$$

Cálculo: DIRECTO

DISTRIBUCIÓN TIPO I (Mínimos) ——— $X = I_{min}(\alpha, u)$

$X \equiv$ Valor mínimo de una variable aleatoria

$$m_x = u - \frac{\gamma}{\alpha}, \qquad \sigma_x^2 = \frac{\pi^2}{6\alpha^2}, \qquad \gamma \approx 0.577, \qquad u \equiv moda,$$

$$f_X(x) = \alpha \; \exp\big\{\alpha(x-u) - e^{\alpha(x-u)}\big\}, \qquad F_X(x) = 1 - \exp\big\{-e^{\alpha(x-u)}\big\}, \qquad x \in [-\infty, \infty],$$

Cálculo: DIRECTO

DISTRIBUCIÓN TIPO II ——— $X = II_{max}(k, u)$

$$m_x = u\,\Gamma(1 - \frac{1}{k}), \qquad \sigma_x^2 = u^2\big[\Gamma(1 - \frac{2}{k}) - \Gamma^2(1 - \frac{1}{k})\big],$$

$$f_X(x) = \frac{k}{u}\left(\frac{u}{x}\right)^{k+1} \exp\left\{-\left(\frac{u}{x}\right)^k\right\}, \qquad F_X(x) = \exp\left\{-\left(\frac{u}{x}\right)^k\right\}, \qquad x \geq 0.$$

Cálculo: DIRECTO

DISTRIBUCIÓN TIPO III O DE WEIBULL ——— $X = W(k, u)$

$$m_x = u\,\Gamma(1 + \frac{1}{k}), \qquad \sigma_x^2 = u^2\big[\Gamma(1 + \frac{2}{k}) - \Gamma^2(1 + \frac{1}{k})\big],$$

$$f_X(x) = \frac{k}{u}\left(\frac{x}{u}\right)^{k-1} \exp\left\{-\left(\frac{x}{u}\right)^k\right\}, \qquad F_X(x) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{x}{u}\right)^k\right\}, \qquad x \geq 0.$$

Cálculo: DIRECTO

DISTRIBUCIÓN UNIFORME — $X = U(a,b)$

$X \equiv$ variable aleatoria uniformemente distribuida en el intervalo $[a,b]$

$$m_x = \frac{a+b}{2}, \qquad \sigma_x^2 = \frac{(b-a)^2}{12},$$

$$f_X(x) = \frac{1}{b-a}, \qquad F_X(x) = \frac{x-a}{b-a}, \qquad a \leq x \leq b.$$

Cálculo: DIRECTO

DISTRIBUCIÓN BETA — $X = BT(r,t)$

$$m_x = \frac{r}{t+r}, \qquad \sigma_x^2 = \frac{rt}{(t+r)^2(t+r+1)},$$

$$f_X(x) = \frac{1}{\beta(r,t)} x^{r-1}(1-x)^{t-1}, \qquad F_X(x) = \int f_X(x)dx, \qquad 0 \leq x \leq 1.$$

$$\beta(r,t) = \frac{\Gamma(r)\Gamma(t)}{\Gamma(r+t)}.$$

Cálculo: POR TABLAS

DISTRIBUCIÓN χ^2 ——— $X = \chi^2(\nu)$

$X \equiv \sum_{i=1}^{\nu} Y_i^2, \quad Y_i \equiv N(0,1), \quad Y_i$ independientes

$$m_x = \nu, \qquad \sigma_x^2 = 2\nu,$$

$$f_X(x) = \frac{\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2}\right)^{\frac{\nu}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}, \qquad F_X(x) = \int f_X(x)dx, \qquad x \geq 0.$$

Cálculo: POR TABLAS (Aproximación Normal cuando $\nu > 30$)

DISTRIBUCIÓN χ ——— $X = \chi(\nu)$

$X \equiv +\sqrt{Y}, \quad Y \equiv \chi^2(\nu)$

$$m_x = \sqrt{2}\,\frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}, \qquad \sigma_x^2 = \nu - 2\,\frac{\Gamma^2\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\Gamma^2\left(\frac{\nu}{2}\right)},$$

$$f_X(x) = \frac{x\left(\frac{x^2}{2}\right)^{\frac{\nu}{2}-1} e^{-\frac{x^2}{2}}}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)}, \qquad F_X(x) = \int f_X(x)dx, \qquad x \geq 0.$$

Cálculo: POR TABLAS

DISTRIBUCIÓN t de STUDENT ——— $X = T(\nu)$

$X \equiv \frac{Y\sqrt{\nu}}{Z}, \quad Y \equiv N(0,1), \quad Z \equiv \chi(\nu), \quad Y$ y Z independientes

$$m_x = 0, \qquad \sigma_x^2 = \frac{\nu}{(\nu-2)},$$

$$f_X(x), \qquad F_X(x), \qquad x \in [-\infty, \infty], \qquad \text{(ver bibliografía).}$$

Cálculo: POR TABLAS (Aproximación Normal cuando $\nu > 30$)

DISTRIBUCIÓN F (de Snedecor) ——— $X = F(\nu_1, \nu_2)$

$X \equiv \frac{Y/\nu_1}{Z/\nu_2}, \quad Y \equiv \chi^2(\nu_1), \quad Z \equiv \chi^2(\nu_2), \quad Y$ y Z independientes

$$m_x = \frac{\nu_2}{(\nu_2 - 2)}, \qquad \sigma_x^2 = \frac{2\nu_2^2(\nu_1 + \nu_2 - 2)}{\nu_1(\nu_2-2)^2(\nu_2-4)},$$

$$f_X(x), \qquad F_X(x), \qquad x \geq 0, \qquad \text{(ver bibliografía).}$$

Cálculo: POR TABLAS