
CPE (SEGUNDO CURSO)

PRÁCTICA 18

(Curso 2023–2024)

1.— En la boya meteorológica cercana a Cabo Vilán (A Coruña) se miden las mayores olas que se producen en la costa española. Si nos fijamos en aquellas cuya altura iguale o supere los h m, su llegada a la boya puede representarse mediante un proceso de Poisson de parámetro θ olas/año. La altura X de estas olas viene definida por una distribución exponencial trasladada ($x \geq h$) con parámetro λ . Evaluar:

- La altura máxima de ola Y registrada en 2 años.
- La probabilidad de que $Y = h$. ¿Qué significa este resultado?
- La probabilidad de que $Y > 30$. Coméntese este resultado y, en consecuencia, la validez del modelo.

Datos: $h = 5$, $\theta = 15$, $\lambda = 1/7$

Nota: La mayor ola registrada en las costas españolas fue de 27.81 m, en la boya de Villano-Sisargas (Cabo Vilán), el día 6 de enero de 2014.

Nota: Se recuerda que $e^a = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a^k}{k!}$.

2.— Durante la fase de proyecto de la presa de Asuan (en Egipto) uno de los elementos críticos para el diseño fué el tamaño de los aliviaderos y, consecuentemente, de la capacidad de desagüe de la presa en un momento determinado. La presa se proyectó para una vida útil de m años. El número de avenidas del Nilo al año puede considerarse Poisson con parámetro ν (avenidas/año). Cada avenida alcanza un caudal X , aleatorio, que puede considerarse uniformemente distribuido entre 0 y b (en m^3/s).

- Calcular la distribución del valor Y que han de ser capaces de desaguar los aliviaderos de la presa para que puedan resistir la avenida máxima que se produzca durante la vida útil de la presa.
- ¿Cuánto vale la probabilidad de que $Y = 0$? Interpretar este resultado.

Datos: $m = 150$, $\nu = 3$, $b = 10000$. Estos datos son informativos. No es necesario usarlos en la resolución del problema, excepto para interpretar el segundo apartado.

Especificar claramente las hipótesis que se realicen.

3.— Se supone que los caudales anuales máximos de un río siguen una distribución de Gumbel. A lo largo de 10 años los caudales máximos fueron, en unidades arbitrarias, 10.1, 11.3, 17.8, 13.5, 16.1, 10.6, 14.2, 12.8, 13.2 y 14.5. Estimar los parámetros de la distribución por el método de los momentos y por el de máxima verosimilitud (aproximadamente, si es necesario).

- 4.— Sea un proceso de Bernouilli, en el que se realizan n pruebas independientes. Sea X el número de éxitos en esas n pruebas. Se proponen los dos siguientes estimadores de la probabilidad de éxito p .

$$\hat{p}_0 = \frac{X}{n}$$

$$\hat{p}_1 = \frac{(X+1)}{(n+1)}$$

Contestar a las siguientes preguntas:

- ¿Son dichos estimadores sesgados?
- ¿Son asintóticamente insesgados?
- ¿Son consistentes?
- ¿Cuál es el de menor varianza?
- Para un tamaño de muestra $n = 5$, ¿cuál tiene menor error cuadrático medio?
- A la vista de los resultados anteriores, ¿cuál de los dos estimadores ha de utilizarse?

-
- 5.— Se ha decidido modelar el tiempo entre pedidos, R , de un cierto servicio mediante una distribución gamma. Para estimar la media y varianza de la distribución se ha tomado una muestra de extensión $n = 200$ de dichos tiempos. Se estimó la media con $\hat{m}_r = \bar{r} = 35$ días y la varianza con $\hat{\sigma}_r^2 = S_r^2 = 1$ (día)². Hallar el intervalo de confianza al nivel del 90 % para la media m_r . Especificar y justificar las hipótesis que se realicen. ¿Qué hipótesis deberíamos añadir para poder calcular un intervalo de confianza sobre la varianza? En nuestro caso, ¿es admisible la realización de esta hipótesis?

-
- 6.— Una empresa que fabrica losas anclables para la construcción de muros de tierra armada considera cambiar el sistema de retención del anclaje para tratar de disminuir los fallos que está obteniendo con el sistema antiguo. Según un estudio realizado por la empresa, de 4000 anclajes realizados con la técnica antigua, 200 fueron defectuosos, y de 3500 realizados con la técnica nueva resultaron 140 con defectos. Determinar un intervalo de confianza del 95 % para la diferencia real de las proporciones de anclajes defectuosos que resultan de utilizar los dos sistemas de retención distintos. A la vista de este resultado, y sin realizar nuevos cálculos, ¿puede deducirse que la técnica nueva es mejor que la antigua?

-
- 7.— En un determinado cauce de un río se ha instalado una granja experimental de turbinas de generación eléctrica renovable. Con el fin de aumentar el caudal del río en la granja se realizaron una serie de actuaciones sobre la cuenca hidrográfica.

Para analizar el efecto de las actuaciones, se recogieron los caudales máximos anuales en los 15 años anteriores a las actuaciones:

Antes de las actuaciones: 174 146 206 153 159 169 142 133 61 138 166 200 229 149 131

Y los caudales máximos anuales de los 5 años posteriores a las actuaciones

Después de las actuaciones: 249 308 252 336 402

Se pide:

- ¿Puede decirse que las actuaciones han provocado el aumento del caudal deseado? ¿A qué nivel p ?
- ¿Podemos considerar que el caudal tras las actuaciones es inferior a $300 \text{ m}^3/\text{s}$ con un

nivel de significación del 10 %?

- 8.— En una intersección de carreteras en la que se producen frecuentes accidentes graves se realiza un señalización extensiva, obteniéndose de datos anteriores (16 meses) y posteriores (14 meses) a la señalización los datos que se indican en la tabla. Si se supone que el número de accidentes graves al mes está normalmente distribuido, tanto antes como después de la señalización,
- a) ¿Puede decirse, con un nivel de significación del 5 %, que la señalización ha mejorado el funcionamiento de la intersección en lo que a accidentes graves se refiere?
 - b) ¿Puede decirse, con el mismo nivel de significación, que el número de accidentes no ha variado?
 - c) ¿Puede determinarse cual ha sido el resultado de la señalización: bueno, indiferente o malo?

ACCIDENTES/MES

Inicial (X)	2	1	3	2	1	3	3	2	1	3	5	4	3	2	1	3
Tras señalizar (Y)	1	2	1	3	2	3	2	3	1	2	5	3	4	4		
