
CPE (SEGUNDO CURSO)

PRÁCTICA 15

(Curso 2023–2024)

- 1.— Los valores observados en una muestra de extensión 14 para la tensión de rotura de cables de kevlar utilizados como tirantes de estructuras metálicas son, en GPa,

9.9	6	5.2	7.3	11.8	10.3	8.2
7.5	6.6	12.6	16.8	12.3	9.8	10.3

Determinar intervalos de confianza para la tensión media de rotura, así como para la varianza poblacional de la variable tensión de rotura.

- 2.— Se quiere estimar la profundidad a que se encuentra roca bajo una capa de arcilla utilizando cierto instrumento sónico. Cada lectura del mismo es una variable aleatoria normal, cuya media teórica μ es la profundidad real (desconocida) y cuyo coeficiente de variación $V_x = 0.2$ se supone constante. Se toman n lecturas del instrumento y se calcula la media muestral \bar{x} . Calcular un intervalo de confianza al 90 % de la profundidad a que se encuentra la roca si $n = 16$ y $\bar{x} = 31$ m.

- 3.— Para medir la vibración de una sonda de perforación de roca se utilizan dos medidores Doppler, de diferentes fabricantes, que utilizan distintos generadores de rayo laser. Sobre una sonda concreta se realizan 200 ensayos con uno de los medidores, obteniéndose una media de frecuencia $\bar{x}_1 = 3.5 \times 10^3$ Hz y una desviación típica de $S_1 = 0.2 \times 10^3$ Hz. El resultado de 150 ensayos con el segundo medidor da como resultados $\bar{x}_2 = 3.4 \times 10^3$ Hz y $S_2 = 0.15 \times 10^3$ Hz. Para comparar dichos medidores de acuerdo con la normativa se debe calcular un intervalo de confianza ($1 - \alpha = 0.99$) sobre la diferencias de las frecuencias medias poblacionales medidas por ambos aparatos (los aparatos no miden directamente la frecuencia de vibración de la sonda, sino la detección de un cambio Doppler en la frecuencia de la luz coherente dispersada por un objetivo en movimiento, del cual se obtiene una medición resuelta en el tiempo de la velocidad del objetivo). Calcular dicho intervalo silas desviaciones típicas son las verdaderas ($S_1 = \sigma_1$, $S_2 = \sigma_2$).

A la vista de los resultados y sin realizar más cálculos, ¿pueden considerarse iguales las medias proporcionadas por ambos aparatos?

- 4.— La distribución

$$f_X(x) = \alpha\beta [1 + \beta x]^{-(\alpha+1)}, \quad x \geq 0, \quad \alpha > 2, \quad \beta > 0$$

se denomina de Lomax o de Pareto Tipo II. Se utiliza fundamentalmente en problemas de economía, finanzas y similares. En esta distribución se verifica

$$F_X(x) = 1 - [1 + \beta x]^{-\alpha}, \quad E[X] = \frac{1}{\beta(\alpha - 1)}, \quad Var[X] = \frac{\alpha}{\beta^2(\alpha - 1)^2(\alpha - 2)}$$

Consideremos en particular el consumo bruto de energía eléctrica anual per cápita en núcleos de población medido en Kwh. Según diferentes estudios dicha variable aleatoria puede considerarse distribuida de acuerdo con la distribución anterior.

Para calcular el consumo medio en España, X , se han elegido adecuadamente 50 municipios de los 8124 existentes y se ha calculado el consumo anual per cápita en cada uno de ellos. Esta muestra ha proporcionado, entre otros, los siguientes datos:

$$\max\{x_i\} = 33.1621, \quad \min\{x_i\} = 0.00671, \quad \sum_{i=1}^{50} x_i = 112.0198$$

$$\sum_{i=1}^{50} x_i^2 = 1195.6575, \quad \sum_{i=1}^{50} \ln(1 + x_i) = 38.4564, \quad \sum_{i=1}^{50} \ln^2(1 + x_i) = 57.8090$$

Suponiendo que el parámetro $\beta = 1$, calcular los estimadores de α mediante el método de los momentos y mediante el de máxima verosimilitud.

5.— Un temporal del NW que bate sobre un dique de abrigo puede causar daños (o no) a dicho dique. La probabilidad de que no cause perjuicios económicos (daños de 0 €) es b . Si causa daños, el volumen de los daños D (en €) puede considerarse una variable aleatoria exponencialmente distribuida con parámetro λ . Se desea modelar el coste de los daños sufridos en el dique durante un temporal de NW, a partir de una muestra de los daños experimentados en n temporales del NW $\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$

- a) Calcular, mediante el método de máxima verosimilitud, estimadores puntuales de b y λ .
 - b) ¿Son insesgados los estimadores calculados en el apartado anterior?
-