CPE (SEGUNDO CURSO)

PRÁCTICA 14 (Curso 2023–2024)

1.– En una obra son necesarias unas piezas metálicas de precisión para el ajuste de la estructura, cuyo peso debe estar muy bien controlado. Se tomaron 16 piezas aleatoriamente de una partida suministrada por un determinado fabricante y se obtuvieron los resultados siguientes (en gramos): 505, 493, 496, 506, 502, 509, 496, 506, 508, 499, 503, 504, 510, 497, 512, 514.

a) Si se supone que el peso sigue una distribución normal de varianza 25 g^2, obtener los intervalos de confianza estimados del 90, 95 y 99 % para la media del peso de estas piezas.

b) Obtener los mismos intervalos suponiendo que el peso de las piezas sigue una distribución normal de varianza desconocida.

Nota: $\sum_{i=1}^{n} x_i = 8060, \quad \sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 4060802$

2.– Con el fin de analizar la entrada de paquetería en una empresa se ha decidido modelar el tiempo entre llegadas. Sea X el tiempo entre cada llegada, el cual se modela con una distribución exponencial. Para determinar los parámetros se ha tomado una muestra de $n = 20$ llegadas midiendo los tiempos entre las diferentes llegadas. De la muestra se obtuvo que $\bar{x} = 35$ minutos y $S_x^2 = 1\ minuto^2$. Se pide:

a) Determinar el intervalo de confianza para la media m_X con un nivel de confianza del 90 % empleando la distribución original en todo el proceso.

b) Determinar el intervalo de confianza para la media m_X con un nivel de confianza del 90 % aproximando por una normal cuando el proceso de cálculo lo permita.

3.– En el proceso de fabricación de una determinada pieza es fundamental la precisión en su fabricación. Siendo la tolerancia máxima admisible de ± 0.01 mm. Se desea establecer un sistema de control de calidad de ese proceso que garantice que la media de las piezas cumpla la tolerancia impuesta con un nivel de confianza del 99 %.

a) Suponiendo que la varianza poblacional es de $2.25 \times 10^{-4}\ mm^2$, ¿qué tamaño mínimo debe tener la muestra del control de calidad para satisfacer la tolerancia admisible?

b) Si la varianza poblacional no es conocida, determinar una cota superior de la varianza para un nivel de confianza del 99 %, tomando el tamaño de muestra obtenido en a) y $S^2 = 2.25 \times 10^{-4}\ mm^2$.

c) Si la varianza de la población real es de $\sigma^2 = 4 \times 10^{-4}\ mm^2$, ¿cuál es la probabilidad de que la varianza muestral insesgada resultante de la muestra no supere la cota superior de la varianza hallada en b) con el mismo tamaño muestral?

4.– Se están analizando dos materiales de aleación de aluminio como refuerzo para las alas de un avión ligero de transporte. Los resultados de ensayos de rotura a tracción de elementos fabricados con estos dos materiales han sido los siguientes, en MPa:

Tipo de material	Tamaño de la muestra	Media muestral	Desviación típica poblacional
1	10	876	10
2	12	745	15

Con estos resultados, calcúlese los intervalos de confianza del 90 %, 95 % y 99 % sobre:

a) La media de cada tipo de material, m_1 y m_2.

b) La diferencia de medias de las dos poblaciones, $m_1 - m_2$.

A la vista de lo obtenido, ¿qué puede decirse de los dos materiales desde el punto de vista de la resistencia a tracción?

Nota: Puede considerarse que la resistencia a tracción de ambos materiales tiene una distribución normal.

5.– Se considera una muestra aleatoria x_i, $i = 1, 2, , \ldots, n$ procedente de una población cuya función de densidad es

$$f(x) = \frac{2x}{\theta^2}, \qquad 0 \leq x \leq \theta$$

Se pide:

a) Determinar la distribución del estadístico $Y = max[x_1, x_2, \ldots, x_n]$

b) Hallar un intervalo del 90 % sobre θ de forma que todo el intervalo sea superior al valor del estadístico Y.

c) Aplicar los resultados a los datos $y = 2.0, n = 5$
