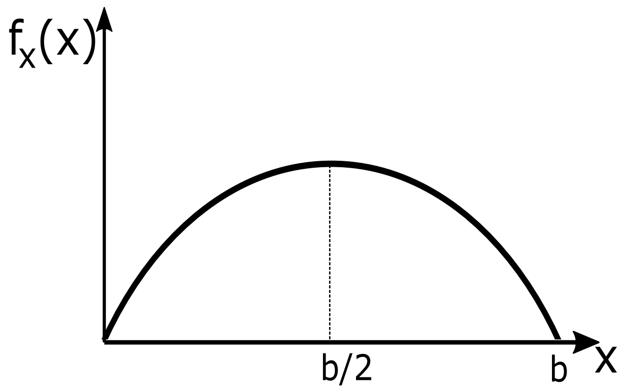
CPE (SEGUNDO CURSO)

PRÁCTICA 12 (Curso 2024–2025)

1.– Se sabe que la variable aleatoria X tiene la distribución de la figura (parábola).



Se pide:

a) Determinar la función de densidad y la función de distribución acumulada de X.

b) Dada una muestra de tamaño n determinar un estimador de b por el método de los momentos.

c) Estudiar, en lo posible, el sesgo y la consistencia del estimador.

2.– La función

$$f_X(x) = \frac{(a+1)x^a}{\theta^{a+1}}, \quad 0 \leq x \leq \theta, \quad \theta > 0, \quad a > 0$$

es una función de densidad para cualesquiera valores de θ y a con las restricciones especificadas. Dada una muestra aleatoria de tamaño n de X y suponiendo $\theta =$ cte. deducir estimadores puntuales de a mediante todos los métodos que se conozcan.

Repítase el ejercicio suponiendo $a =$ cte. y encontrando estimadores puntuales de θ

3.– Se modela un sistema ecológico de manera que la especie animal dominante consume un tanto por uno, X, $0 \leq X \leq 1$, de los recursos totales del sistema que denotamos R. Se ha supuesto que X tiene la función de densidad de probabilidad:

$$f_X(x) = 2(1-x), \quad 0 \leq x \leq 1$$

a) Hallar la función de densidad de probabilidad de $W = XR$, el total de recursos consumido por la especie animal.

b) Suponiendo que se dispone de una muestra de W, $w_1, w_2, ...w_n$, determinar cómo se calcularía el estimador de máxima verosimilitud de R. Particularizar el resultado para el caso de una muestra de tamaño 1.

4.– Un conductor tarda un tiempo X en pagar un peaje. Se supone que X responde a una distribución exponencial de parámetro λ trasladada al rango $[3,\infty)$ (en segundos). Para estimar el parámetro λ se espera que paguen 100 conductores y se anota el tiempo que ha tardado el conductor más rápido. Esta operación se repite n veces para obtener los tiempos mínimos $y_1, y_2, ..., y_n$. Se pide:

a) Hallar la distribución de Y, tiempo mínimo de pago entre 100 conductores.

b) Establecer la ecuación que debe satisfacer el estimador de máxima verosimilitud de λ, basado en los datos $y_1, y_2, ..., y_n$.

5.– Determinar los estimadores de los parámetros de una distribución logarítmico normal por el método de máxima verosimilitud.
