CPE (SEGUNDO CURSO)

PRÁCTICA 11 (Curso 2023–2024)

1.– El Ministerio de Transportes, Movilidad y Agenda Urbana está considerando establecer límites más estrictos para la contaminación acústica en las zonas residenciales próximas a la nueva pista del aeropuerto de Adolfo Suárez Madrid-Barajas en Madrid. Actualmente la contaminación acústica en el despegue de un reactor puede considerarse normalmente distribuida, con media 100 decibelios y desviación típica 6 decibelios.

a) Si la nueva normativa del Ministerio establece que la contaminación acústica ha de ser inferior a 105 decibelios en el 95 % de los despegues, ¿hasta donde se tendrá que reducir el nivel medio de ruido al despegue?

b) Supóngase que se consigue reducir el nivel medio de ruido a la cantidad calculada en el apartado a). Si el número de reactores que despegan diariamente puede representarse como una variable de Poisson de media 200, ¿cuántos de estos reactores sobrepasarán diariamente los 105 decibelios?

Nota: Se recuerda que $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!} = e^z$

2.– Uno de los parámetros que ha de describirse en el proyecto del dique de abrigo de Punta Langosteira para el futuro puerto exterior es la velocidad del viento durante temporales de componente norte. Supóngase que la ocurrencia de estos temporales puede considerarse Poisson, con media ν temporales al año. La velocidad X del viento en m/s durante uno de estos temporales es exponencial, pero trasladada un valor $a > 0$, de forma que $x \geq a$, y con media $1.2a$ m/s. Si la vida de proyecto del dique es de 150 años, calcúlese la función de distribución acumulada de la velocidad máxima del viento que tendrá que soportar la zona durante dicho periodo. Particularizar para $\nu = 6$ y $a = 15$ m/s.¿Qué velocidad del viento habrá de utilizarse como velocidad de diseño para que la probabilidad de que sea excedida en la vida útil del dique sea del 5 %?

3.– Un fenómeno natural (por ejemplo, avenidas de un río) se produce en el tiempo siguiendo una distribución de Poisson de media ν (sucesos/año). Cada uno de los sucesos alcanza un nivel aleatorio, X, $X \geq 0$ (por ejemplo, caudal del río) que se supone distribuido exponencialmente con parámetro λ.

a) Hallar la distribución del máximo nivel, Y, que se alcanza en m años.

b) Identificar la distribución del máximo nivel, Y, con alguna distribución conocida y expresar sus parámetros en función de ν, λ y m. Prescíndase de que $X \geq 0$ en este apartado.

c) ¿Cuánto vale la probabilidad de que $Y = 0$?

Nota: Se recuerda que $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!} = e^z$

4.– Un fenómeno natural ocurre siguiendo un proceso de Poisson de parámetro ν (sucesos por año). Cada suceso del fenómeno se caracteriza por una intensidad X que se supone distribuida exponencialmente con parámetro λ.

a) Hallar la distribución acumulada del máximo anual, Y, de las intensidades X_i asociadas a los sucesos de Poisson ocurridos durante un año. ¿Qué tipo de variable aleatoria es Y?

b) Por otra parte, el mismo máximo anual, Y, ha sido modelado por una distribución de Gumbel con parámetros $\alpha = \lambda$ y $u = (\log \nu)/\lambda$. Determinar las diferencias entre la distribución hallada en *a)* y la dada. ¿Qué diferencia se encontraría al hallar el periodo de retorno de máximos anuales para intensidades Y que superen el valor $y_o > 0$?

5.– El radio de un círculo es una variable aleatoria con distribución N(0,1) truncada en $X = 0$, es decir, con $X \geq 0$. Supongamos que A es el área del círculo, Calcular:

a) La función de densidad de A

b) El coeficiente de correlación entre X y A

Nota: $\int_0^\infty e^{-cx^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{2c}}$, *donde c es una constante*

Nota: $\int_0^\infty x e^{-cx^2} dx = \frac{1}{2c}$, *donde c es una constante*
