
CPE (SEGUNDO CURSO)

PRÁCTICA 8

(Curso 2023–2024)

- 1.– La Unión Europea ha fijado como objetivo ser climáticamente neutra en 2050, lo que significa conseguir cero emisiones netas de gases de efecto invernadero mediante la reducción de emisiones y la inversión en tecnologías verdes. La preocupación por garantizar y aumentar una producción energética que no contribuya al cambio climático y sea sostenible en el uso de los recursos naturales y en el tiempo está presente a nivel global, formando parte de los Objetivos de Desarrollo Sostenible. Así, el Objetivo 7 (“Energía asequible y limpia”) y el Objetivo 13 (“Adoptar medidas urgentes para combatir el cambio climático y sus efectos”) hacen especial hincapié en esta preocupación. Para lograrlo, se están desarrollando nuevas fuentes de generación de energía renovable, como por ejemplo, la captación de energía de las corrientes marinas y las mareas mediante turbinas. En la siguiente imagen se muestra un prototipo de esta tipología de turbinas.



Para analizar la rentabilidad del parque es esencial conocer la vida útil del mismo. Como primera aproximación, la vida útil de cada turbina se puede modelar como una variable exponencial con media 25 años. Si el parque está formado por 20 turbinas y la vida de cada turbina se considera independiente, se pide:

- Determinar la distribución de la vida de la primera turbina que falla.
 - Determinar la distribución de la vida de la segunda turbina que falla.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que a los 25 años hayan fallado exactamente 10 turbinas?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que fallen más de 5 turbinas en 20 años?
-
- 2.– Un semáforo tiene un ciclo verde de duración fija T . Cuando el semáforo se pone verde, se supone que la cola de coches es lo suficientemente larga como para que no puedan pasar todos en el mismo ciclo. El tiempo que tarda en arrancar el primer coche de la cola al ponerse verde el semáforo es exponencial con parámetro $\lambda = 0.7s^{-1}$. El segundo coche tarda un cierto tiempo en arrancar una vez que ha arrancado el primero. Este tiempo es también exponencial con el mismo parámetro λ . Y así sucesivamente... Se supone que estos tiempos de arranque son independientes entre si. Se pide:
- Si $T = 20s$, determinar la probabilidad de que el número de automóviles, N , que superan

el semáforo en un ciclo verde sea $N = 8$.

- b) Calcular la esperanza matemática y la varianza de N .
- c) ¿Cuánto tiempo T debería durar el ciclo verde para que la probabilidad de que pasen menos de 8 automóviles en un ciclo verde sea de 0.09?

Nota: se desprecia el tiempo que transcurre desde que cada coche arranca hasta que pasa el semáforo.

3.— Se dice que una canalización está diseñada para la riada de N años si tiene una capacidad tal que será superada únicamente por una riada igual o superior a la riada de los N años. La magnitud de la riada de los N años es aquella que se sobrepasará con probabilidad $1/N$ en un año cualquiera. Puede suponerse que las riadas máximas anuales son independientes.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que en 50 años haya tres riadas superiores a la riada de los 50 años?
- b) Una empresa diseña 20 canalizaciones independientes (en diferentes cuencas), cada una para su correspondiente riada de los 500 años. ¿Cuál es la distribución del número de canalizaciones que fallarán por lo menos una vez en los primeros 50 años después de su construcción?

4.— En el análisis de una intersección entre una vía principal y una secundaria con menor tráfico se establece la prioridad de los conductores que circulen por la vía principal y la colocación de unas señales de STOP en la secundaria. Se establece que el tráfico de la vía principal sigue un proceso de Poisson de parámetro $\lambda = 30$ vehículos por minuto. Adicionalmente se ha establecido que un conductor necesita en la vía secundaria al menos 6 segundos para realizar el STOP, comprobar que no viene ningún vehículo y cruzar la vía. Si nos centramos en un conductor que circula por la vía secundaria y se aproxima a la intersección, se pide:

- a) La probabilidad de que, después de pasar 10 vehículos por la vía principal, el conductor siga en el STOP.
- b) La probabilidad de que el conductor haya tenido dos oportunidades de cruzar la vía principal al pasar 10 vehículos.
- c) La probabilidad de que el conductor haya tenido a lo sumo dos oportunidades de cruzar la vía principal al pasar 10 vehículos.
- d) La probabilidad de que hayan pasado 10 vehículos hasta que el conductor haya conseguido cruzar la vía principal.

5.— En el proyecto de una cierta carretera participan tres empresas constructoras: A, B y C. Tras analizar los resultados de las inspecciones de calidad del firme en obras anteriores de estas empresas, se ha observado que la empresa A comete, de media, un defecto en el firme por cada 10.000 metros de carretera construidos; la empresa B comete un defecto cada 9.000 metros, y la empresa C cada 7.500 metros. Dado que las tres empresas manejan volúmenes de construcción semejantes se supone que la probabilidad elegir cualquiera de las 3 empresas es la misma. Además, se supone que el número de defectos en el firme de cada empresa sigue una distribución de Poisson.

- a) Si se inspecciona aleatoriamente un tramo de 100.000 metros de carretera ejecutado por estas empresas. ¿Cuál es la probabilidad de que se hayan encontrado exactamente 12 defectos en el firme?

- b) En un tramo de 100.000 metros de carretera, construido íntegramente por una de estas empresas, se han encontrado 12 defectos en el firme. Calcular la probabilidad de que lo haya ejecutado la empresa A.
- c) Si se inspeccionan aleatoriamente 50 tramos de 1.000 metros de carretera cada uno, construidos por la empresa B, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 1 de los tramos inspeccionados tengan algún defecto en el firme?
-