CPE (SEGUNDO CURSO)

PRÁCTICA 3 (Curso 2024–2025)

1.– Sea un el rango conjunto de dos variables aleaotrias X e Y el triángulo comprendido entre los vértices (0,0), (0,2) y (2,0). Si la función de densidad es constante, se pide calcular:

a) La función de densidad conjunta y la función de distribución acumulada conjunta de X e Y.

b) Las funciones de densidad marginales de X e Y. ¿Son X e Y independientes?

2.– Las variables aleatorias X e Y tienen la siguiente función de densidad conjunta:

$$f_{XY}(x,y) = kx(x-y), \quad 0 < x < 2, \quad -x < y < x.$$

a) Determínese k para que dicha función esté bien definida.

b) Calcúlese las distribuciones marginales de X y de Y.

c) Dibújese esquemáticamente la función de densidad marginal de Y.

3.– Una empresa vende dos tipos de machacadoras, ligeras y pesadas. Sea X la demanda mensual de machacadoras ligeras, e Y la demanda mensual de machacadoras pesadas. La función de probabilidad conjunta de ambas demandas es:

X	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
Y					
0	0.01	0.08	0.06	0.10	0.06
1	0.04	0.15	0.16	0.06	0.04
2	0.02	0.10	0.05	0.05	0.02

a) Al principio de un mes hay dos machacadoras ligeras y una pesada en stock. ¿Cuál es la probabilidad de que ese mes se vendan todos los equipos?

b) Sabiendo que en un mes han tenido una demanda de machacadoras ligeras superior a 2, ¿cuál es la probabilidad de que la demanda de pesadas sea inferior a 2 en dicho mes?

4.– Considérense las variable aleatorias X e Y cuya función de densidad conjunta es:

$$f_{X,Y}(x,y) = e^{-y}, \quad x \geq 0, \quad y \geq x.$$

a) Calcular las funciones de densidad marginales

b) Evaluar $\mathrm{P}[X > 2 | Y < 4]$

5.– En una máquina de obra civil hay dos componentes cuya duración interesa controlar. Sea X la variable aleatoria que denota el tiempo de vida (meses) del primer componente e Y la que denota el tiempo de vida del segundo (también en meses). Se supone que estas variables aleatorias tienen una función de densidad conjunta definida por:

$$f_{X,Y}(x,y) = 0.02e^{(-0.1x-0.2y)}, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

a) Verificar que, efectivamente, $f_{X,Y}(x,y)$ es una función de densidad de probabilidad conjunta.

b) Calcular las funciones de densidad marginales.

c) Calcular la probabilidad de que ambos componentes fallen antes de los 10 meses de uso.

d) Calcular la probabilidad de que el primer componente dure más de 20 meses.

e) Calcular la probabilidad de que el primer componente dure más de 15 meses, sabiendo que el segundo ha durado menos de 10 meses.