

---

## CPE (SEGUNDO CURSO)

### PRÁCTICA 3

(Curso 2023–2024)

---

1.– Las variables aleatorias  $X$  e  $Y$  tienen la siguiente función de densidad conjunta:

$$f_{XY}(x, y) = kx(x - y), \quad 0 < x < 2, \quad -x < y < x.$$

- a) Determinése  $k$  para que dicha función esté bien definida.
- b) Calcúlese las distribuciones marginales de  $X$  y de  $Y$ .
- c) Dibújese esquemáticamente la función de densidad marginal de  $Y$ .

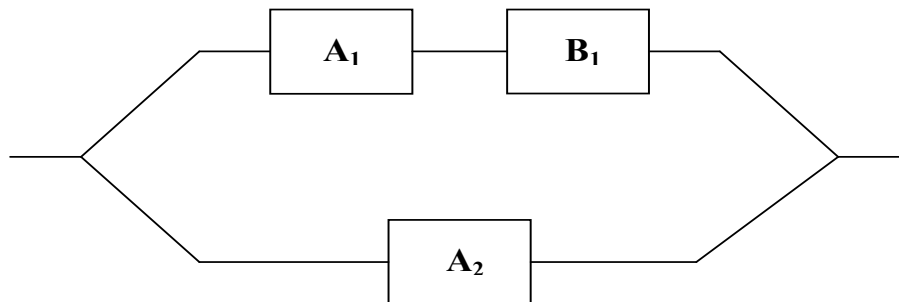
2.– Sean  $X$  e  $Y$  dos variables aleatorias cuya función de densidad conjunta es

$$f_{X,Y}(x, y) = 1/2, \quad 0 \leq x \leq y, \quad 0 \leq y \leq 2.$$

Calcular:

- a)  $f_X(x)$  y  $f_Y(y)$
- b)  $F_{X,Y}(x, y)$ ,  $F_X(x)$  y  $F_Y(y)$
- c)  $f_{X|Y}(x, y)$  y  $f_{X|Y \leq 3/2}(x)$

3.– Una central hidroeléctrica tiene algunos sistemas duplicados con el fin de mejorar la seguridad del servicio. Un sistema hidráulico  $S$ , representado en la figura, falla ( $S = 0$ ) si las dos ramas en paralelo que lo componen  $R_1, R_2$  fallan simultáneamente ( $R_1 = 0, R_2 = 0$ ).



La rama  $R_1$  tiene dos elementos  $A_1$  y  $B_1$  en serie y funciona si ambos elementos no fallan ( $A_1 = 1, B_1 = 1$ ).  $A_1$  y  $B_1$  funcionan independientemente. La rama  $R_2$  tiene un solo elemento  $A_2$ , es decir  $R_2 = 0$  si  $A_2 = 0$ . Se sabe que  $A_2$  y  $B_1$  funcionan independientemente y se conocen las siguientes probabilidades:

$$p_0 = P[A_1 = 0|A_2 = 0] = P[A_2 = 0|A_1 = 0]$$

$$p_1 = P[A_1 = 0|A_2 = 1] = P[A_2 = 0|A_1 = 1]$$

$$p_b = P[B_1 = 0]$$

Se pide

- a) Hallar las probabilidades  $P[A_1 = 0]$  y  $P[A_2 = 0]$ .

- b) Hallar las probabilidades de ambas ramas  $P[R_1 = 0]$  y  $P[R_2 = 0]$ .
- c) Hallar la probabilidad de fallo del sistema  $P[S = 0]$  y compararla con  $P[R_1 = 0]$ .
- 

4.— Un productor de cine, con un buen historial de nominaciones para los óscar, ha seleccionado dos equipos de dirección A y B para su próxima película. Basándose en resultados, de ediciones anteriores, piensa que puede conseguir 0, 1, 2 ó 3 óscar según las siguientes probabilidades: si elige el equipo A, la probabilidad de 0, 1, 2, 3 óscar es 0.24, 0.42, 0.24 y 0.10 respectivamente, mientras que si elige el equipo B las probabilidades correspondientes son 0.20, 0.40, 0.40 y 0.00. El productor piensa que por problemas de disponibilidad de los equipos la probabilidad de elegir A es  $2/3$  de la probabilidad de elegir B.

- a) Calcular la probabilidad de que la próxima película del productor reciba exactamente un óscar.
- b) Si recibe exactamente un óscar, calcular la probabilidad de que la haya dirigido el equipo A.
- c) Un aficionado al cine ha oído que la película ha recibido algún óscar, pero no sabe cuántos ni qué equipo la ha dirigido. Calcular la probabilidad de que haya sido el equipo B.
- 

5.— La función de densidad conjunta de las variables aleatorias continuas  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  es constante en el rango conjunto  $R_{X,Y,Z} \equiv (x^2 + y^2 \leq 1) \times (0 \leq z \leq 4)$  (que representa un cilindro circular de radio 1 y altura 4). Calcular

- a)  $P[X^2 + Y^2 \leq 0.5]$
- b)  $P[X^2 + Y^2 \leq 0.5 \cap Z < 2]$
- c) La función de probabilidad conjunta de  $X$  e  $Y$  si  $Z = 1$
- d) La distribución marginal de  $X$
-