Cálculo de probabilidades y estadística		**Primer Examen Parcial**
EJERCICIO 2	(1 h. 30 min.)	**25 de enero de 2024**

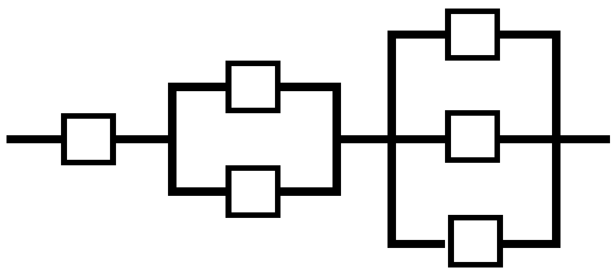
1.– Sea un el rango conjunto de dos variables aleaotrias X e Y el triángulo comprendido entre los vértices (0,0), (0,2) y (2,0). Si la función de densidad es constante, se pide calcular:

a) La función de densidad conjunta y la función de distribución acumulada conjunta de X e Y.

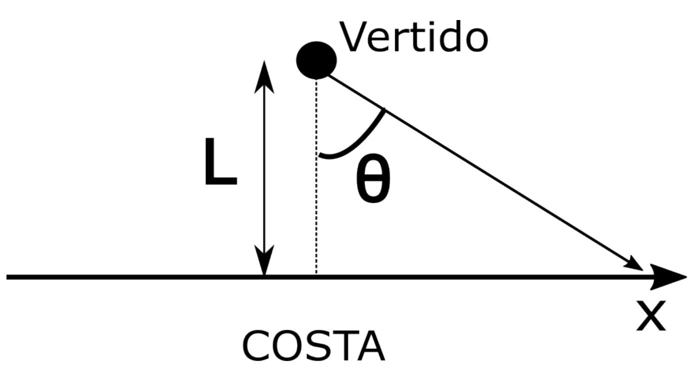
b) Las funciones de densidad marginales de X e Y. ¿Son X e Y independientes?

c) Determinar la distribución de $Z = X + Y$

2.– El sistema de la figura es tal que cada uno de sus componentes tiene una vida aleatoria exponencialmente distribuida con parámetro λ, y es independiente de todos los demás. Calcular la distribución y la esperanza matemática de la vida del sistema.



3.– Debido a la caída de unos contenedores, se ha producido un vertido de pellets de plástico. Supongamos que un pellet de plástico en el mar es transportado en una dirección que forma un ángulo θ con la dirección del viento. Suponemos el viento constante y perpendicular a la costa, la cual es rectilínea y situada a una distancia L del punto de emisión de la partícula.



Se supone que θ es aleatorio y tiene una función de densidad de la forma

$$f_\Theta(\theta) = a cos\theta, \quad -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, \quad a > 0$$

Se pide:

a) El valor de la constante a, la distribución acumulada de θ, y su media, mediana y moda.

b) La función de densidad de la coordenada X, del punto de llegada del pellet de plástico a la costa (referida al punto de la costa más cercano al de emisión).

c) La escasez de medios obliga a que sólo se envíen equipos de limpieza a lugares del intervalo $(-x_0, x_0)$ de forma que la probabilidad de llegada de pellets a ese intervalo sea 0.90 . Determinar x_0. Comentar el resultado obtenido.

NOTA Se recuerdan, por si fueran necesarias, las siguientes expresiones:

$$cos\beta = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\beta}}, \qquad sen\beta = \frac{tg\beta}{\sqrt{1+tg^2\beta}}, \qquad 0 \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$$