

## Cálculo Infinitesimal 2. Programa 2023-24.

Junto al título de cada tema, se indica entre paréntesis el número aproximado de clases de teoría (T) y práctica (P) dedicadas al mismo.

En la página web se pueden descargar los apuntes de la asignatura. En algunos apartados existen también otros documentos de apoyo. La indicación (o) significa que esos documentos -habitualmente demostraciones- son de consulta opcional. Con (i) se indica que los documentos -habitualmente ejercicios resueltos- se consideran importantes para la comprensión del tema.

### Tema I. Integración en $\mathbb{R}$ (3-T, 8-P)

- 1.- Primitiva de una función.
  - 1.1- Definición.
  - 1.2- Funciones discontinuas con primitiva.
  - 1.3- Condición necesaria para la existencia de primitiva.
- 2.- La Integral de Riemann.
  - 2.1- Partición de un intervalo.
  - 2.2- Sumas de Darboux.
  - 2.3- Función integrable según Riemann.
  - 2.4- Condición necesaria y suficiente de integrabilidad.
  - 2.5- Condiciones suficientes de integrabilidad (o).
  - 2.6- Propiedades de la integral de Riemann.
- 3.- Teorema de la media.
- 4.- Primer Teorema Fundamental del Cálculo.
  - 4.1- Función integral.
  - 4.2- Teorema.
  - 4.3- Corolario. Regla de Barrow.
- 5.- Segundo Teorema Fundamental del Cálculo (o).
- 6.- Integrales impropias.
- 7.- Aplicaciones: áreas planas, volúmenes, arcos y superficies de revolución.

### Tema II. Funciones vectoriales (9-T, 9-P)

- 1.- Introducción. Tipos de funciones.
- 2.- Espacio euclídeo.
  - 2.1- Producto escalar ordinario.
  - 2.2- Norma euclídea.
  - 2.3- Distancia euclídea.
- 3.- Funciones vectoriales de variable real.
  - 3.1- Límite.
  - 3.2- Continuidad.
  - 3.3- Diferenciabilidad.
- 4.- Funciones reales de variable vectorial.
  - 4.1- Límite (i).
  - 4.2- Continuidad.
  - 4.3- Derivada direccional y derivada parcial.
  - 4.4- Diferencial.
  - 4.5- Gradiente y curvas de nivel. Interpretación geométrica.
  - 4.6- Teoremas de diferenciabilidad.

- 5.- Funciones vectoriales de variable vectorial.
  - 5.1- Límite.
  - 5.2- Continuidad.
  - 5.3- Diferenciabilidad.
- 6.- Composición de funciones.
  - 6.1- Función compuesta. Continuidad y diferenciabilidad.
  - 6.2- Derivada de la función compuesta. Regla de la cadena (**o**).
- 7.- Derivadas de orden superior.
  - 7.1- Definición.
  - 7.2- Derivadas cruzadas.
  - 7.3- Diferenciales sucesivas.
- 8.- Desarrollo de Taylor.
  - 8.1- Expresión general.
  - 8.2- Expresión matricial.
- 9.- Extremos relativos (**i**).
  - 9.1- Condición necesaria de extremo.
  - 9.2- Condición suficiente de extremo.
  - 9.3- Determinación del tipo de forma cuadrática.
  - 9.4- Cálculo de extremos. Resumen y ejemplos.
- 10.- Función implícita.
  - 10.1- Definición.
  - 10.2- Teorema de existencia y diferenciabilidad para dos variables.
  - 10.3- Generalización del teorema a funciones vectoriales (**i**).
- 11.- Extremos condicionados.
  - 11.1- Condiciones en forma explícita.
  - 11.2- Condiciones en forma implícita (**i**).

### **Tema III. Series numéricas (5-T, 5-P)**

- 1.- Definición.
- 2.- Serie geométrica.
- 3.- Condición necesaria de convergencia.
- 4.- Propiedades de las series numéricas.
- 5.- Criterio de convergencia de Cauchy.
- 6.- Series de términos positivos. Criterios de convergencia.
  - 6.1.- Mayorante y minorante.
  - 6.2.- Serie de Riemann.
  - 6.3.- Comparación de series.
  - 6.4.- Raíz (Cauchy-Hadamard).
  - 6.5.- Cociente (D'Alembert).
  - 6.6.- Raabe-Duhamel.
  - 6.7.- Logarítmico.
  - 6.8.- Condensación.
- 7.- Series de términos positivos y negativos.
  - 7.1.- Convergencia y divergencia absoluta e incondicional.
  - 7.2.- Teorema de Riemann.
  - 7.3.- Teorema de Dirichlet.
  - 7.4.- Series alternadas. Teorema de Leibnitz.

- 8.- Métodos de suma de series (i).
  - 8.1.- Por descomposición.
  - 8.2.- A partir de la armónica.
  - 8.3.- A partir del desarrollo en serie de  $e^x$ .
  - 8.4.- Series hipergeométricas.
  - 8.5.- Carácter y suma de series. Resumen.

#### **Tema IV. Sucesiones y series funcionales (3-T, 4-P)**

- 1.- Sucesiones funcionales.
  - 1.1.- Distancia entre funciones.
  - 1.2.- Sucesión funcional.
  - 1.3.- Convergencia simple.
  - 1.4.- Convergencia uniforme.
  - 1.5.- Sucesión de funciones continuas (o).
- 2.- Series funcionales.
  - 2.1.- Definición.
  - 2.2.- Convergencia simple y uniforme.
  - 2.3.- Criterio de la mayorante.
  - 2.4.- Serie de funciones continuas.
  - 2.5.- Integración de una serie de funciones (o).
  - 2.6.- Derivación de una serie de funciones (o).
- 3.- Series de potencias.
  - 3.1.- Definición.
  - 3.2.- Teorema de Cauchy-Hadamard.
  - 3.3.- Continuidad, derivación e integración (o).
  - 3.4.- Teoremas de Abel.
  - 3.5.- Desarrollo de una función en serie de potencias. Serie de Taylor.

#### **Tema V. Números complejos (2-T, 2-P)**

- 1.- Introducción.
- 2.- Definición. Formas binómica. Operaciones básicas.
- 3.- Forma trigonométrica. Representación gráfica.
- 4.- Complejo conjugado, opuesto e inverso. Cociente.
- 5.- Exponencial de un complejo. Fórmula de Euler.
- 6.- Potencia natural. Fórmula de Moivre.
- 7.- Raíz  $n$ -ésima de un complejo.
- 8.- Teorema Fundamental del Álgebra.

*A Coruña, 29 de enero de 2.024*