Discutir la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones y, de ser posible, proporcionar un contraejemplo (**responder en esta misma hoja**).

4.1.– Sea $\{f_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de funciones definida en un intervalo I. Si existe $\phi(x)$ verificando:

$$\lim_{n\mapsto\infty} |\phi(x) - f_n(x)| = 0 \quad \forall x \in I,$$

entonces existe convergencia uniforme de $\{f_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ a ϕ en I.

4.2.– Sea $\{f_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de funciones definida en un intervalo I. Si $\phi(x)$ es una función no continua, entonces no puede existir convergencia uniforme de $\{f_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ a ϕ en I.

4.3.– Sea $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ definida en I. Si $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ tiene como mayorante en I a una serie numérica de términos positivos convergente, entonces $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ es uniformemente convergente en I.

4.4.– Sea $S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ una serie de potencias convergente con radio de convergencia r. Si dicha serie de potencias converge para $x = r$, entonces $\sum_{n=1}^{\infty} a_n r^n = S(r) = \lim_{x \mapsto r} S(x)$.