3.– Estudiar el carácter de la siguiente serie y, si existe, calcular su suma:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}}$$

Operamos sobre el término general:

$$a_n = \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}} = \frac{(n+1)\sqrt{n}-n\sqrt{n+1}}{\left((n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}\right)\left((n+1)\sqrt{n}-n\sqrt{n+1}\right)} =$$
$$= \frac{(n+1)\sqrt{n}-n\sqrt{n+1}}{(n+1)^2n-n^2(n+1)} = \frac{(n+1)\sqrt{n}-n\sqrt{n+1}}{n(n+1)} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \to \text{Serie telescópica}$$

Por lo tanto, la sucesión de sumas parciales de la serie será igual a:

$$S_n = \sum_{i=2}^{n} \frac{1}{(i+1)\sqrt{i}+i\sqrt{i+1}} \overset{\text{Serie telescópica}}{=} \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

Por tanto, la suma de la serie es igual a:

$$S = \lim_{n\mapsto\infty} \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} = \boxed{\frac{1}{\sqrt{2}}.}$$