

1.– Sea la función :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^4} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Calcular los límites direccionales y el límite funcional en el origen.
- b) ¿ Es continua la función en (0,0)?
- c) Calcular las derivadas direccionales y las derivadas parciales en (0,0).
- d) ¿ Es diferenciable la función en (0,0)?

2.– Sea  $w = \frac{xy}{z} \ln x + x \cdot \varphi\left(\frac{y}{x}, \frac{z}{x}\right)$ , siendo  $\varphi$  una función diferenciable. Determinar el valor de la expresión:

$$E = x \frac{\partial w}{\partial x} + y \frac{\partial w}{\partial y} + z \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{xy}{z}$$

3.– Sea la función :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} & \text{si } x^2 \neq y^2; \\ 0 & \text{si } x^2 = y^2 \end{cases}$$

¿ Existe la derivada direccional en el origen para alguna dirección?.

4.– Sea una función  $z = f(u, v)$ , con  $u = g(x, y)$  y  $v = h(x, y)$ . Obtener las expresiones de  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$  y  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .