

1.– Sea la función  $w = f(x, y, z) = w(u, v, t)$  dos veces diferenciable, donde:

$$\begin{cases} x = ut \\ y = \frac{1}{2}(u^2 - t^2) \\ z = v \end{cases}$$

Calcular el valor de la siguiente expresión:

$$E = f''_{xx} + f''_{yy} + f''_{zz} - \frac{1}{u^2 + t^2}(w''_{uu} + w''_{tt}) - w''_{vv}$$

Nota: Calcula las derivadas de  $w$  y deja la expresión de  $E$  en términos de las derivadas de  $f$  y las variables  $u$  y  $t$ .

2.– Sea la función :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^4} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- Calcular los límites direccionales y el límite funcional en el origen.
- ¿ Es continua la función en  $(0,0)$ ?
- Calcular las derivadas direccionales y las derivadas parciales en  $(0,0)$ .
- ¿ Es diferenciable la función en  $(0,0)$ ?

3.– Sea una función  $z = f(u, v)$ , con  $u = g(x, y)$  y  $v = h(x, y)$ . Obtener las expresiones de  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$  y  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .