

1.– Encontrar el triángulo de área máxima inscrito en una circunferencia de radio r , con circuncentro en el interior del triángulo. A la hora de plantear el problema, se supondrá que el triángulo es escaleno. Se recomienda descomponer el triángulo escaleno en 3 triángulos isósceles cuyos lados iguales tienen longitud r . Se recomienda además utilizar los ángulos iguales de cada triángulo isósceles (x, y, z , respectivamente) como las variables para plantear el problema. Una vez hallada una solución, se debe comprobar que se trata de un máximo.

2.– Sea el sistema

$$\begin{cases} F(x, y, u, v) = x + 2y + 2u + e^u + v - 1 = 0 \\ G(x, y, u, v) = xy + u + v + \sin v = 0 \end{cases}$$

a) Demostrar que define a u y a v como funciones implícitas de x e y en un entorno de $P(0, 0, 0, 0)$.

b) Sea $f(x, y) = u(x, y) + v(x, y)$ una nueva función, donde $u(x, y)$ y $v(x, y)$ son las funciones definidas implícitamente en el apartado anterior. Calcular en el punto $Q(0, 0)$ el valor de la derivada direccional de la función f en la dirección dada por la recta $y = 3x + 5$.

3.– Sea la función $F(x, y, z) = 0$ que define en un entorno del punto $P(x_0, y_0, z_0)$ a z como función implícita de x e y . Obtener las expresiones de $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ y $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.
