

1.– Sea la función :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^4} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0); \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a) Calcular los límites direccionales y el límite funcional en el origen.
 - b) ¿ Es continua la función en $(0,0)$?
 - c) Calcular las derivadas direccionales y las derivadas parciales en $(0,0)$.
 - d) ¿ Es diferenciable la función en $(0,0)$?
-

2.– Sean $\bar{x}$ y $\bar{y}$ dos vectores cualesquiera de $\mathbb{R}^n$. Demostrar que se verifica:

$$d_\infty(\bar{x}, \bar{y}) \leq d_2(\bar{x}, \bar{y}) \leq d_1(\bar{x}, \bar{y})$$

Recomendación: Comprobar primero para el caso $n = 2$ y luego generalizar.

3.– Sea la función :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} & \text{si } x^2 \neq y^2; \\ 0 & \text{si } x^2 = y^2 \end{cases}$$

¿ Existe la derivada direccional en el origen para alguna dirección?.

4.– Sea una función $z = f(u, v)$, con $u = g(x, y)$ y $v = h(x, y)$. Obtener las expresiones de $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ y $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.
