

- 1.– Aplicando el método de los multiplicadores de Lagrange, obtener la mínima distancia del punto $P(2, 1, 2)$ al plano $x + y + z + 3 = 0$, demostrando que se trata de un mínimo.

- 2.– Sea el sistema

$$\begin{cases} F(x, y, u, v) = x + 2y + 2u + e^u + v - 1 = 0 \\ G(x, y, u, v) = xy + u + v + \sin v = 0 \end{cases}$$

a) Demostrar que define a u y a v como funciones implícitas de x e y en un entorno de $P(0, 0, 0, 0)$.

b) Sea $f(x, y) = u(x, y) + v(x, y)$ una nueva función, donde $u(x, y)$ y $v(x, y)$ son las funciones definidas implícitamente en el apartado anterior. Calcular en el punto $Q(0, 0)$ el valor de la derivada direccional de la función f en la dirección dada por la recta $y = 3x + 5$.

- 3.– Encontrar los extremos relativos de la función $f(x, y) = 3xe^y - x^3 - e^{3y}$. ¿Posee un máximo absoluto? Justifica la respuesta.

- 4.– Sea la función $F(x, y, z) = 0$ que define en un entorno del punto $P(x_0, y_0, z_0)$ a z como función implícita de x e y . Obtener las expresiones de $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ y $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.