1.– Determina los extremos de las siguientes funciones:

a) $z = \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y + \operatorname{sen}(x + y), \quad x, y \in (0, \pi/2)$
b) $z = 4x + 2y - x^2 + xy - y^2$
c) $z = x + \dfrac{y^2}{4x} + \dfrac{2}{y}, \quad x, y \in \mathbb{R}^+$

2.– Sea la ecuación: $F(x, y) = x \operatorname{sen} xy + 2x^2 = 0$. Sin despejar y, demuestra que se cumple:

$$\frac{dy}{dx}\, x^2 \cos xy + xy \cos xy + \operatorname{sen} xy + 4x = 0$$

3.– Las siguientes ecuaciones definen a y como función implícita de x en un entorno de los puntos indicados. Escribe las ecuaciones de las rectas tangente y normal a las curvas $y = \psi(x)$ en dichos puntos:

a) $y = x - \ln y, \quad A(1, 1)$; **b**) $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1, \quad B(0, b)$; **c**) $x^2y + y^3 = 10, \quad C(1, 2)$

4.– Sea la ecuación $f(x, y, z) = 3z^2 - 2x^2 - y = 0$. Calcula, donde sea posible definir z como función implícita de x e y, las derivadas parciales de z respecto a dichas variables.

5.– La ecuación $f(y/x, z/x) = 0$ define a z como función implícita de x e y, diferenciable. Demuestra que se verifica:

$$x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = z$$

6.– Calcula los extremos relativos de la función $z = \psi(x, y)$ definida implícitamente por la ecuación siguiente:

$$x^3 - y^2 - 3x + 4y + z^2 + z - 8 = 0$$

7.– Dada la ecuación $x^2 + y^2 - z^2 + 2z = 0$, determina los puntos donde se cumplen las condiciones para definir a z como una función $\psi(x, y)$, determinando los extremos de esta función.

8.– Calcula el plano tangente y la recta normal a las siguientes superficies en el punto indicado:

a) $x^2y^2 + xz - 2y^3 = 10, \quad A(2, 1, 4)$; **b**) $z = y + \ln\left(\dfrac{x}{z}\right); \quad B(1, 1, 1)$

9.– Calcula los extremos de las siguientes funciones, en las condiciones indicadas:

a) $f(x, y, z) = 2x^2 + y^2 + z^2$ sobre el elipsoide $x^2 + y^2 + 2z^2 = 2$
b) $h(x, y) = e^x + e^y$ sobre la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$
c) $z(x, y) = \cos^2 x + \cos^2 y$ sobre la recta $y - x = \pi/4, \ x, y \in [-\pi/2, \pi/2]$

10.– Halla los máximos y mínimos de la coordenada z de la curva intersección del paraboloide hiperbólico $z = 2xy$, con el cilindro $x^2 + y^2 = 1$.

11.– De las elipses de ejes OX y OY, de centro el origen y que pasen por el punto $(1, 2)$, halla la de área mínima.

12.– Sea una caja paralelepipédica con tres caras en los planos coordenados, tal que el vértice que no está sobre dichos planos se encuentra en el primer octante, sobre el plano $x + y + z = 1$. Halla las dimensiones de la caja de volumen máximo.

13.– Se debe construir un depósito en forma de cilindro circular recto con bases semiesféricas, de volumen dado V. Calcula las dimensiones que hacen mínima el área.

14.– La temperatura en un punto $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ viene dada por la función $T(x, y, z) = 2x - 2y + z^2$. Calcula los puntos más fríos del cono definido por la ecuación $z^2 = x^2 + y^2$.

15.– Encuentra la mínima distancia entre el plano $Ax + By + Cz + D = 0$ y el punto $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$.

16.– Inscribe en una esfera un cono recto de base circular y volumen máximo.
