1.– Efectúa las siguientes operaciones entre complejos:

a) $\dfrac{4+i}{3-2i}$; **b)** $(1-i)(2-6i)(1+i)$; **c)** $(1+2i)^2\left(\dfrac{1}{1+i}+\dfrac{1-i}{2+i}\right)$;

d) $(-1+i)^3$; **e)** $(1-\sqrt{3}i)^4$; **f)** $(5-12i)^2$; **g)** $\dfrac{1-i^3+i^{33}-i^{333}}{1+i+i^4-i^{44}}$

2.– Expresa en forma exponencial los siguientes números complejos:

a) $-2i$; **b)** $1+i$; **c)** $\sqrt{3}+i$; **d)** $1-i\sqrt{3}$; **e)** $-5-12i$

3.– Expresa en forma binomica los siguientes números complejos:

a) $2\,e^{\pi i}$; **b)** $3\,e^{\frac{\pi}{3}i}$; **c)** $e^{-\frac{\pi}{2}i}$; **d)** $\sqrt{2}\,e^{-\frac{\pi}{4}i}$; **e)** $\sqrt{5}$; **f)** $e^{\frac{\pi}{6}i}$

4.– Calcula las siguientes raíces complejas:

a) $\sqrt{1+i\sqrt{3}}$; **b)** $\sqrt[3]{-8}$; **c)** $\sqrt[3]{1-i}$; **d)** $\sqrt[4]{\dfrac{i}{2}}$; **e)** $\sqrt[5]{-1+i\sqrt{3}}$

5.– Escribe la expresión general de las raíces n-ésimas siguientes:

a) $1^{1/n}$; **b)** $(-1)^{1/n}$; **c)** $i^{1/n}$; **d)** $(-i)^{1/n}$

6.– Resuelve las siguientes ecuaciones en el cuerpo $\mathbb{C}$ de los números complejos:

a) $z^2+4z+29=0$ **b)** $z^4+z^2+1=0$
c) $z^4-1=0$ **d)** $z^3+10z^2+37z=0$

7.– Encuentra las ecuaciones de segundo grado cuyas raíces son:

a) $x_1=3+i\sqrt{5},\ \ x_2=3-i\sqrt{5}$ **b)** $x_1=2+i\sqrt{3},\ \ x_2=2-i\sqrt{3}$
c) $x_1=-3+i,\ \ x_2=-3-i$ **d)** $x_1=1+i,\ \ x_2=1+2i$

8.– Sea el complejo $z=\dfrac{3-2ai}{4-3i}$. Se pide determinar el valor de a para que se verifique:

a) Que z sea imaginario puro.

b) Que z sea real.

c) Que el afijo de z esté sobre la bisectriz del primer cuadrante.

El ejercicio se resolverá primero para $a\in\mathbb{R}$ y luego para $a\in\mathbb{C}$, comprobando que las soluciones para a real son un caso particular de las correspondientes para a complejo.

9.– Halla los números complejos z tales que su séptima potencia sea igual a su conjugado. Represéntalos gráficamente.

10.– Los afijos de z_1, z_2, z_3, z_4, z_5 y z_6 son los vértices consecutivos de un hexágono regular. Sabiendo que $z_1 = 0$ y $z_4 = 6i$, halla z_2, z_3, z_5 y z_6.

11.– Demuestra que, si los afijos de z_1, z_2, z_3 forman un triángulo equilátero, se cumple:

$$z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3$$

12.– Halla el lugar geométrico descrito por el afijo de $w = z^{-1}$, cuando el afijo de $z = x + iy$ describe las siguientes curvas:

$$\textbf{a)}\ 2x + 3y - 7 = 0; \qquad \textbf{b)}\ x^2 + (y-2)^2 = 4$$

13.– Encuentra el lugar geométrico de los afijos de los complejos z tales que:

$$z + \overline{z} < |z|$$

14.– Encuentra el lugar geométrico de los afijos de los complejos z tales que el cociente de sus distancias a los puntos $z = 1$ y $z = -1$ vale 2.

15.– Calcula A y B siendo

$$\begin{aligned} A &= 1 + \cos\frac{2\pi}{n} + \cos\frac{4\pi}{n} + \cdots + \cos\frac{2(n-1)\pi}{n} \\ B &= \qquad \operatorname{sen}\frac{2\pi}{n} + \operatorname{sen}\frac{4\pi}{n} + \cdots + \operatorname{sen}\frac{2(n-1)\pi}{n} \end{aligned}$$

16.– Determina los siguientes números o conjuntos de números complejos:

$$\textbf{a)}\ \ln(\sqrt{3} + i); \qquad \textbf{b)}\ i\ln(1+i); \qquad \textbf{c)}\ 1^i; \qquad \textbf{d)}\ i^{-2};$$

$$\textbf{e)}\ \ln(1^i); \qquad \textbf{f)}\ (1-i)^{1+i}; \qquad \textbf{g)}\ (1^i)^i$$

17.– Resuelve las ecuaciones

$$\textbf{a)}\ e^z = -e; \qquad \textbf{b)}\ \operatorname{sen} z = -2; \qquad \textbf{c)}\ \cosh z = -3$$
