

Tema 2. Distribución de clases y cuestiones

- Clase 1. Apartados 1 a 3.
 1. Enuncia las tres propiedades de todo producto escalar.
 2. ¿Qué es un espacio euclídeo?
 3. ¿Qué relación existe entre la norma euclídea y el módulo de un vector?
 4. ¿Una función vectorial tiene límite si lo tienen todas sus componentes?
 5. ¿Cuál es la condición de continuidad para funciones vectoriales?

- Clase 2. Apartados 4.1 y 4.2.
 1. ¿Depende de la dirección el límite funcional de una función de varias variables?
 2. ¿Puede existir el límite de una función $f(x, y)$ si no existen los direccionales?
 3. Si todos los límites direccionales coinciden, ¿cuánto vale el funcional?
 4. ¿Podemos calcular el límite de $f(x, y)$ sin calcular antes los direccionales?
 5. Para calcular la derivada direccional de $f(\vec{x})$, dividimos el Δf (entre $\vec{x} = \vec{a}$ y $\vec{x} = \vec{a} + \lambda\vec{w}$) entre el $\Delta\vec{x}$ y tomamos límites cuando $\lambda \rightarrow 0$. ¿Cierto?

- Clase 3. Apartados 4.3 a 4.5.
 1. Explica la relación entre las derivadas direccionales y las parciales.
 2. ¿Cómo se calculan las derivadas parciales de una función polinómica de 3 variables?
 3. ¿Cuánto valen las derivadas direccionales de una función diferenciable?
 4. ¿Qué componentes tiene la derivada total de una función diferenciable de n variables?
 5. ¿Qué vector indica la dirección de variación nula de una función diferenciable?

- Clase 4. Apartados 4.6 y 5.
 1. Enuncia una condición suficiente, no necesaria, de diferenciability.
 2. Enuncia una condición necesaria, no suficiente, de diferenciability.
 3. Si $f(x, y, z)$ tiene derivadas parciales, es diferenciable. ¿Verdadero o falso?
 4. Si $f(x, y, z)$ no es continua, no tiene derivadas parciales. ¿Verdadero o falso?
 5. ¿Qué es la matriz jacobiana de una función $\vec{f}(\vec{x})$?

- Clase 5. Apartados 6 a 7.2.
 1. ¿Es continua la composición de funciones diferenciables?
 2. ¿Puede ser diferenciable la composición de funciones continuas?
 3. Si $\vec{g} \circ \vec{f}$ no es diferenciable, alguna de las dos funciones no lo es. ¿Cierto?
 4. ¿Cuántas derivadas terceras tiene $f(x, y)$? ¿Y cuántas segundas tiene $f(x, y, z)$?
 5. En $f(x, y)$, ¿dependen las derivadas de tercer orden del orden de derivación?

- Clase 6. Apartados 7.3 y 8.
 1. ¿Qué es un cuadrado simbólico?
 2. En la expresión de la $d^4 f$, calcula los coeficientes de las derivadas cuartas de $f(x, y)$, si las cruzadas coinciden.
 3. ¿La matriz hessiana de f está formada por las derivadas parciales de la función?
 4. La matriz hessiana es simétrica. ¿Verdadero o falso?
 5. ¿En qué se diferencian el polinomio P_k de Taylor y el desarrollo limitado de Taylor?

- Clase 7. Apartado 9.
 1. ¿Todos los posibles extremos de $f(\vec{x})$ están en los puntos críticos?
 2. Si $f(x, y)$ tiene un extremo en \vec{a} , ¿cuanto valen sus derivadas parciales en \vec{a} ?
 3. Si en \vec{a} se cumple la condición necesaria de extremo, ¿qué indica la $d^2 f(\vec{a})$?
 4. Existe un extremo en \vec{a} si y sólo si $d^2 f(\vec{a})$ es una forma cuadrática definida. ¿Cierto?
 5. ¿Qué relación hay entre los determinantes de H y de su matriz diagonal congruente?

- Clase 8. Apartado 10.
 1. Sea $F(x, y) = 0$, de la que no podemos despejar y en función de x . ¿Cuándo podemos asegurar que para todo x hay un valor de y que verifica la ecuación?
 2. Dada una ecuación que relaciona x e y , ¿puede ser posible calcular su derivada, aunque no exista una expresión explícita $y = f(x)$?
 3. Cita un ejemplo práctico de aplicación del teorema de la función implícita.
 4. Si $F(x, y) = x^2 + y^2 - 4 = 0$, ¿qué puntos de la curva definida por la ecuación no cumplen las condiciones del teorema de la función implícita?
 5. Sea una ecuación con tres incógnitas $F(x, y, z) = 0$. ¿En qué condiciones podemos obtener las derivadas de z con respecto a x e y sin despejar antes la expresión $z(x, y)$?

- Clase 9. Apartado 11.
 1. Si una función de varias variables tiene un extremo en P , ¿puede dejar de tenerlo si imponemos una cierta condición a algunas de las variables?
 2. ¿Cuántas incógnitas y cuántas ecuaciones consideramos en el cálculo de extremos condicionados? ¿A qué número se reducen las incógnitas si las condiciones son explícitas?
 3. ¿A qué llamamos multiplicador de Lagrange? ¿Cuántos multiplicadores hay, si existen m condiciones de ligadura?
 4. Buscamos los máximos y mínimos de la función $u = f(x, y, z)$, sujetos a las condiciones $g_1(x, y, z) = 0$, $g_2(x, y, z) = 0$. Escribe la expresión de la función lagrangiana.
 5. Para averiguar si en un punto crítico se cumple la condición suficiente de extremo, ¿es siempre necesario estudiar las condiciones $dg_i = 0$, $i = 1, \dots, m$?