

Cálculo Infinitesimal 1. Programa 2024-25.

Junto al título de cada tema, se indica entre paréntesis el número aproximado de clases de teoría (T) y práctica (P) dedicadas al mismo.

En la página web se pueden descargar los apuntes de la asignatura. En algunos apartados existen también otros documentos de apoyo. La indicación (o) significa que esos documentos -habitualmente demostraciones- son de consulta opcional. Con (i) se indica que los documentos -habitualmente ejercicios resueltos- se consideran importantes para la comprensión del tema.

Tema I. El número real (5-T, 4-P)

- 1.- Introducción.
 - 1.1.- Condición necesaria y suficiente.
 - 1.2.- Demostración por reducción al absurdo.
- 2.- Sucesivas ampliaciones del concepto de número.
 - 2.1.- Números naturales.
 - 2.2.- Números enteros.
 - 2.3.- Números racionales.
 - 2.4.- Conjuntos numerables (o). Principio de inducción (i).
- 3.- Estructura de cuerpo y relaciones de orden.
 - 3.1.- Definición de cuerpo.
 - 3.2.- Relación de orden.
 - 3.3.- Cuerpo ordenado: definición y propiedades.
 - 3.4.- Cotas e intervalos.
 - 3.5.- Valor absoluto.
- 4.- Sucesiones en \mathbb{Q} .
 - 4.1.- Definición.
 - 4.2.- Sucesiones convergentes.
 - 4.3.- Sucesiones de Cauchy.
- 5.- Propiedades de \mathbb{Q} .
- 6.- Necesidad de ampliar \mathbb{Q} .
- 7.- Propiedades de \mathbb{R} (o).
- 8.- Operaciones en \mathbb{R} .

Tema II. Espacios métricos (4-T, 4-P)

- 1.- Distancia.
 - 1.1.- Definición.
 - 1.2.- Métricas más comunes.
- 2.- Bolas y entornos.
 - 2.1.- Bola abierta.
 - 2.2.- Bola cerrada.
 - 2.3.- Entorno.
- 3.- Puntos notables de un espacio métrico.
 - 3.1.- Punto de adherencia.
 - 3.2.- Punto de acumulación.
 - 3.3.- Punto aislado.
 - 3.4.- Punto interior.
 - 3.5.- Punto exterior.
 - 3.6.- Punto frontera.

- 4.- Conjuntos notables de un espacio métrico.
 - 4.1.- Adherencia o conjunto adherente.
 - 4.2.- Conjunto de los puntos aislados.
 - 4.3.- Derivado de A.
 - 4.4.- Interior de A.
 - 4.5.- Exterior de A.
 - 4.6.- Frontera de A.
- 5.- Conjuntos cerrado, abierto, compacto.
 - 5.1.- Cerrado.
 - 5.2.- Abierto.
 - 5.3.- Relación entre abierto y cerrado.
 - 5.4.- Compacto.
- 6.- El espacio métrico $(\mathbb{R}, ||\cdot||)$.
 - 6.1.- Distancia.
 - 6.2.- Abiertos y cerrados.
 - 6.3.- Teorema de Bolzano-Weierstrass.

Tema III. Sucesiones en \mathbb{R} (5-T, 4-P)

- 1.- Definición y tipos de sucesiones.
 - 1.1.- Sucesión numérica.
 - 1.2.- Concepto de límite.
 - 1.3.- Tipos de sucesiones.
- 2.- Propiedades de los límites.
- 3.- Sucesiones monótonas.
 - 3.1.- Definiciones.
 - 3.2.- Teorema de las sucesiones monótonas.
 - 3.3.- Sucesiones de intervalos encajados.
- 4.- Operaciones con límites.
 - 4.1.- Suma y diferencia.
 - 4.2.- Producto.
 - 4.3.- Inverso.
 - 4.4.- Cociente.
 - 4.5.- Logaritmo.
 - 4.6.- Exponencial.
 - 4.7.- Potencial-exponencial.
 - 4.8.- Tipos de indeterminación.
- 5.- Criterios de convergencia.
 - 5.1.- Criterio de Stolz.
 - 5.2.- Límite de la media aritmética.
 - 5.3.- Límite de la media geométrica.
 - 5.4.- Regla de la raíz.
- 6.- Infinitos e infinitésimos.
 - 6.1.- Definiciones.
 - 6.2.- Comparación.
 - 6.3.- Relación entre tipos de infinito.
- 7.- Sucesiones equivalentes.
 - 7.1.- Definición.
 - 7.2.- Propiedades.
 - 7.3.- Equivalencia con las partes principales.

- 8.- Sustitución por sucesiones equivalentes.
 - 8.1.- Producto y cociente.
 - 8.2.- Logaritmo.
 - 8.3.- Potencial-exponencial.
 - 8.4.- Suma y diferencia.
- 9.- Métodos de cálculo de límites.
 - 9.1.- A partir del número ϵ .
 - 9.2.- Expresiones polinómicas.
 - 9.3.- Sucesiones recurrentes.
 - 9.4.- Equivalencias de Stirling y trigonométricas.
 - 9.5.- Cambio del tipo de indeterminación.
 - Anexo. Tabla de equivalencias.

Tema IV. Funciones en \mathbb{R} (9-T, 9-P)

- A. Nociones generales.
 - 1.- Concepto de función.
 - 2.- Operaciones con funciones.
 - 3.- Tipos de funciones.
- B. Límites de funciones.
 - 1.- Límite funcional.
 - 2.- Límites laterales.
 - 3.- Extensión del concepto de límite.
 - 4.- Límite por sucesiones. Relación con el límite funcional.
 - 5.- Propiedades de los límites.
 - 6.- Operaciones con límites.
 - 7.- Infinitos e infinitésimos.
 - 7.1- Definiciones.
 - 7.2- Comparación.
 - 7.3- Relación entre tipos de infinito.
 - 8.- Funciones equivalentes en un punto.
 - 9.- Sustitución por funciones equivalentes.
 - Anexo. Tabla de equivalencias.
 - 9.1- Producto y cociente.
 - 9.2- Logaritmo.
 - 9.3- Potencial-exponencial.
 - 9.4- Suma y diferencia.
- C. Continuidad de funciones.
 - 1.- Función continua.
 - 2.- Continuidad lateral.
 - 3.- Discontinuidades.
 - 4.- Operaciones con funciones continuas.
 - 5.- Continuidad de las funciones elementales.
 - 6.- Composición de funciones continuas.
 - 7.- Teoremas de las funciones continuas.
 - 7.1- Teorema de Bolzano (o de los ceros).
 - 7.2- Propiedad de Darboux (del valor intermedio).
 - 7.3- Teorema de Weierstrass.
 - 7.4- Imagen de un intervalo cerrado.
 - 7.5- Imagen de un intervalo.

- 8.- Continuidad uniforme.
 - 8.1- Definición.
 - 8.2- Teorema de Heine.
 - 8.3- Composición de funciones uniformemente continuas.

D. Diferenciabilidad de funciones.

- 1.- Derivabilidad y diferenciabilidad.
 - 1.1- Función derivable.
 - 1.2- Función diferenciable.
 - 1.3- Relación entre ambos conceptos.
 - 1.4- Interpretación gráfica.
 - 1.5- Relación entre continuidad y diferenciabilidad.
 - 1.6- Operaciones con funciones diferenciables.
- 2.- Regla de la cadena. Aplicaciones.
 - 2.1- Derivada de la función compuesta.
 - 2.2- Aplicaciones de la regla de la cadena.
- 3.- Derivada de la función inversa.
 - 3.1- Existencia de la función inversa.
 - 3.2- Derivada de la función inversa.
- 4.- Teoremas del valor medio.
 - 4.1- Teorema de Rolle.
 - 4.2- Teorema de Cauchy.
 - 4.3- Teorema de Lagrange.
 - 4.4- Funciones monótonas derivables.
 - 4.5- Funciones constantes.
- 5.- La derivada como límite de derivadas.
- 6.- Reglas de L'hôpital (i).
- 7.- Derivadas sucesivas.
- 8.- Desarrollos limitados de Taylor y Mac Laurin.
 - 8.1- Desarrollo limitado de Taylor de orden n .
 - 8.2- Desarrollo limitado de Mc Laurin de orden n (i).
 - 8.3- Término complementario de Lagrange.
 - 8.4- Teorema del extremo relativo.
 - 8.5- Aplicaciones del desarrollo de Taylor.
 - 8.6- Desarrollos deducidos de otros.
- 9.- Representación de curvas (i).

Tema V. Cálculo de primitivas (2-T, 7-P)

- 1.- Introducción y conceptos básicos.
- 2.- Funciones hiperbólicas.
- 3.- Función primitiva. Integrales inmediatas.
- 4.- Integrales semiinmediatas y cambios de variable (o).
- 5.- Integración por partes.
- 6.- Fórmulas de reducción.
- 7.- Integrales racionales.
- 8.- Integrales trigonométricas. Cambios de variable.
- 9.- Integrales irracionales. Cambios de variable.
- 10.- Anexo. Tabla de integrales inmediatas.

A Coruña, 10 de septiembre de 2.024