

1.– Simplifica las siguientes expresiones dando el resultado en forma de potencia de exponente fraccionario:

$$\text{a) } \sqrt[2]{\sqrt[3]{2\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{5}}} \quad \text{b) } \frac{3^{-2}\sqrt[2]{3}}{\sqrt[3]{3^{3/4}}}$$

2.– Simplifica la siguiente expresión dando el resultado como un solo logaritmo:

$$\log_2 x - \frac{1}{3} \log_2(x^2) + 4 \log_2 \sqrt{x}$$

3.– Simplifica las siguientes expresiones:

$$\text{a) } \sin(\arccos x) \quad \text{b) } \sin(\operatorname{arctg} x)$$

4.– Simplifica al máximo la expresión $r = \frac{5}{6^{-2}8^{1/3}}$.

5.– Determina el valor de $A = (\sin x + \cos x)^2 - \sin 2x$.

6.– Halla los números reales que cumplen la siguiente condición: $|2x - 4| = 5$.

7.– Resuelve la siguiente inecuación: $|x + 5| \geq 4$.

8.– Halla todas las soluciones reales y complejas de la ecuación siguiente: $x^2 + 6x + 25 = 0$.

9.– Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\text{a) } \cos 2x + 2 \cos^2 x = 2 \quad \text{b) } 3 \operatorname{tg} x + 5 \cos^2 x = 7$$

10.– Determina los valores de a para los que se verifica: $ax^2 - 2x + a < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

11.– Determina el valor de $r = 27^{2x+1}$, sabiendo que $9^{-x} = 7$.

12.– Calcula el producto xyz sabiendo que x, y y z son números positivos que verifican

$$x + \frac{1}{y} = 4, \quad y + \frac{1}{z} = 1, \quad z + \frac{1}{x} = \frac{7}{3}$$

13.– Resuelve la ecuación $\log_4 \sqrt{x^{4/3}} + 3 \log_x(16x) = 7$.

14.– Descompón en fracciones simples:

$$\text{a) } \frac{3x}{x^2 - 6x + 8} \quad \text{b) } \frac{x^4}{x^2 - 1}$$

15.– Calcula la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^3}$

b) $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)^4$

c) $f(x) = \sqrt{\frac{3x + 1}{2x + 5}}$

d) $f(x) = (x^2 - \sec 2x)^3$

e) $f(x) = \operatorname{sen}(e^x)$

f) $f(x) = \operatorname{arc\,sen}(\cos x)$

g) $f(x) = \ln(\sec x + \operatorname{tg} x)$

h) $f(x) = x^{\ln x}$

16.– Calcula el porcentaje de chicos que hay en una clase en la que el número de chicos es $\frac{2}{3}$ del de chicas.

17.– Sea f una función que verifica $f(xy) = \frac{f(x)}{y}$ para cualesquiera valores positivos x e y y $f(500) = 3$. Calcula $f(600)$.

18.– Calcula el valor de la constante c si la función definida por $f(x) = \frac{cx}{2x + 3}$, con $x \neq -\frac{3}{2}$, verifica que $f(f(x)) = x$, $\forall x \neq -\frac{3}{2}$.

19.– Calcula la pendiente m de la recta que pasa por los puntos $(m, -9)$ y $(7, m)$.

20.– La parábola representación gráfica de la función $y = x^2 + 8x + k$ tiene su vértice en el eje de abscisas. Calcula el valor de k .

21.– Dividimos un segmento de longitud l en dos partes de longitudes a y b . Se pide hallar la relación $\varphi = \frac{b}{a}$, si se cumple $\frac{l}{b} = \frac{b}{a}$ (proporción áurea).

22.– El perímetro de un cuadrado es p y su área es A . Determina el valor de p si se verifica $A = 2p$.

23.– Un cuadrado y un triángulo equilátero tienen igual perímetro. Si A y B son las áreas de los círculos circunscritos al cuadrado y al triángulo respectivamente, calcula el valor $\frac{A}{B}$.

24.– Si $\{a_n\}$ es una sucesión tal que $a_1 = 1$ y $3a_{n+1} - 3a_n = 1$, $\forall n \in \mathbb{N}$, calcula a_{2002} .

25.– Calcula la suma $S = \log\left(\frac{1}{2}\right) + \log\left(\frac{2}{3}\right) + \log\left(\frac{3}{4}\right) + \dots + \log\left(\frac{98}{99}\right) + \log\left(\frac{99}{100}\right)$.

26.– Simplifica la expresión $\operatorname{cosh}(\operatorname{argsh} x)$.

27.– Demuestra que se verifica la identidad siguiente: $\tanh(\ln x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$.
