1.– Calcula una aproximación polinómica de cuarto orden en un entorno del punto $a = 0$, para cada una de las siguientes funciones:

a) $f(x) = e^{-x^2}$ **b**) $g(x) = \ln(1-3x)$

c) $h(t) = \dfrac{1}{1+t^2}$ **d**) $r(t) = \operatorname{sen} t^2$

e) $y(x) = \ln\left(\dfrac{1+x^2}{1-x^2}\right)$ **f**) $z(x) = \dfrac{1}{(1-2x)(1+2x)}$

2.– Sea $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, derivable. Prueba que se cumple:

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} = f'(x)$$

3.– Calcula los extremos locales y absolutos de las siguientes funciones en el conjunto indicado:

a) $g(x) = 2\operatorname{sen} 2x + \operatorname{sen} 4x,\ x \in [0, \pi/2]$ **b**) $y(x) = |x^2 - 4|,\ x \in [-3, 3]$

c) $u(t) = \dfrac{t}{t^2+2},\ t \in \mathbb{R}$ **d**) $v(t) = \dfrac{1-t^2}{1+t^2},\ t \in \mathbb{R}$

e) $r(t) = 3t - (t-1)^{3/2},\ t \leq 10$ **f**) $h(x) = \begin{cases} x^3 + 2x + 2, & x < 0 \\ x^2 - 3x + 2, & x \geq 0 \end{cases},\ x \in [-3, 3]$

4.– Prueba que se verifican las siguientes desigualdades:

a) $1 + x \leq e^x,\ \forall x \in \mathbb{R}$ **b**) $x + \dfrac{1}{x} \geq 2,\ \forall x > 0$ **c**) $e^x < 4x + 1\ \forall x \in (0, 1)$

5.– Encuentra la recta de pendiente negativa que pasa por el punto (a, b) del primer cuadrante del plano $\mathbb{R}^2$ y determina con los semiejes positivos de coordenadas un triángulo de área mínima.

6.– Dado un cilindro recto de base circular y volumen V, determina sus dimensiones para que su área total sea mínima. Calcula dichas dimensiones para el caso $V = 16\pi\, m^3$.

7.– Halla el área del rectángulo de perímetro máximo que puede cortarse de una chapa circular.

8.– Sea un cuadrado de lado L. Encuentra el lado del cuadrado de área máxima que puede circunscribirse al cuadrado dado.

9.– Obtenemos un cilindro girando en torno a OX un rectángulo contenido entre dicho eje y la curva $y = \dfrac{x}{x^2+1}$ y con un lado sobre OX. Halla el cilindro de volumen máximo.

10.– La resistencia a flexión de una viga rectangular de ancho b y canto c es directamente proporcional a su ancho y al cuadrado de su canto. ¿Cuales son las dimensiones de la viga más resistente que se puede cortar de un tronco de madera de sección circular de $60\,cm$ de diámetro?
