1.– Decide si son ciertas o falsas las siguientes afirmaciones, razonando las respuestas y dando un contraejemplo en caso de falsedad:

- a) Una sucesión acotada no puede ser oscilante.
- b) Toda subsucesión de una sucesión convergente está acotada.
- c) Toda sucesión monótona creciente es convergente o divergente.
- d) Toda sucesión no acotada es divergente.
- e) Toda sucesión divergente es no acotada.

2.– Prueba si son o no acotadas las siguientes sucesiones:

1) $\{n^2\}_{n \in \mathbb{N}}$	2) $\left\{\frac{1}{2n-1}\right\}_{n \in \mathbb{N}}$
3) $\left\{\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\right\}_{n \in \mathbb{N}}$	4) $\{\operatorname{sen} n\pi\}_{n \in \mathbb{N}}$
5) $\left\{\frac{n^2+1}{2n}\right\}_{n \in \mathbb{N}}$	6) $\left\{\frac{(-1)^{n+1}}{\cos n\pi}\right\}_{n \in \mathbb{N}}$

3.– Si $P(x)$ es un polinomio de grado $k > 0$, con coeficientes reales positivos, calcula el límite de las sucesiones con término general a_n siguientes:

1) $P\left(\frac{n+1}{n}\right)$	2) $\frac{P(\sqrt{n})}{\sqrt{P(n)}}$
3) $(P(n+1) - P(n))$	4) $\frac{\ln(P(n))}{n}$

4.– Demuestra que la convergencia de la sucesión $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ implica la convergencia de la sucesión $\{|x_n|\}_{n \in \mathbb{N}}$. ¿Es cierto el recíproco? (halla un contraejemplo en su caso).

5.– Calcula los siguientes límites de sucesiones:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2(2^{1/n} - 1)$	2) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - 2n)$
3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{1 + 2^n}$	4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2^n}{5^n}$
5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2^n}$	6) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 1}{4n^2}\right)^n$
7) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n^2 + 1}\right)^{1/n}$	8) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right)^n$
9) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n)^{1/n}$	10) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\ln(n^2 + 1) - n)$
11) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n}{n^2}$	12) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \operatorname{sen} n}{2^n}$
13) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n!}$	14) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln n}{n}$
15) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n/\operatorname{sen} n}$	16) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\operatorname{sen} n}{n^2} + \frac{1}{2}\right)^{n^4}$

6.– Dadas las siguientes sucesiones $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ definidas de manera recurrente, prueba que son convergentes y calcula su límite:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} x_1 = \sqrt{2}, & x_{n+1} = \sqrt{2x_n}; & \text{b)} x_1 = 2, & x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{2}{x_n} \right) \\ \text{c)} x_1 = 1, & x_2 = 5, & x_{n+2} = \frac{x_n + x_{n+1}}{2}; & \text{d)} x_1 = \frac{4}{4}, & x_{n+1} = \frac{4}{4 - x_n} \end{array}$$

7.– Calcula los límites siguientes:

$$\begin{array}{l} 1) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n}} \\ 2) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n^2]{\binom{n}{0} \cdot \binom{n}{1} \dots \binom{n}{n}} \\ 3) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n + \sqrt{n}} - \sqrt{n - \sqrt{n}} \\ 4) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{n + \frac{1}{1}} + \sqrt[3]{n + \frac{1}{2}} + \dots + \sqrt[3]{n + \frac{1}{n}} \right) n^{-4/3} \\ 5) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a^n + b^n + c^n}, \text{ siendo } a \geq b \geq c > 0 \\ 6) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \dots a_n} \text{ siendo } a_n > 0 \forall n \text{ y } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = k \\ 7) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \sqrt[n]{n^{n+1}(\sqrt[n]{a} - 1)} \right), a > 1 \end{array}$$

8.– Calcula, en función de los valores de $a, b \in \mathbb{R}$, $a > 0$, $b \neq 0$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + an^2}{3n^2 - 2} \right)^{1 - bn^2}, n \in \mathbb{N}$$

9.– Obtén el límite de la sucesión de término general $a_n^{b_n}$, dadas

$$a_n = \operatorname{sen} \frac{1}{\sqrt{n}}; \quad b_n = \tan \frac{1}{\ln n},$$

10.– Sea la sucesión de números reales $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ tal que $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{n+1} - a_n) = \lambda \in \mathbb{R}$. Demuestra:

$$\text{a)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = \lambda; \quad \text{b)} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 + \dots + a_n}{n^2} = \frac{\lambda}{2}$$

11.– Un segmento de longitud unidad se divide en n partes iguales y sobre cada una de ellas, tomándola como base, se construye un triángulo equilátero. Calcula:

- a) El límite de la longitud de la línea quebrada resultante.
 - b) El límite del área delimitada por los n triángulos equiláteros.
-

12.– Sea un triángulo equilátero de lado l . Dividimos cada lado en tres partes. Sobre la parte central de cada uno de ellos adosamos un nuevo triángulo equilátero de lado $l/3$, resultando un polígono de 12 lados (estrella de 6 puntas). Repetimos la operación, obteniendo ahora uno de 48 lados, y así sucesivamente...

Llamando L_0 y A_0 al perímetro y al área, respectivamente, del triángulo inicial y L_n y A_n a los de los polígonos obtenidos tras repetir n veces el proceso, calcula los límites de estas expresiones cuando n tiende a infinito.