

1.– Simplifica las siguientes expresiones dando el resultado en forma de potencia de exponente fraccionario:

a) $\sqrt[4]{\frac{\sqrt[3]{(2^5)^2}}{\sqrt[3]{(5^2)^5}}}$ b) $(a^3)^5 \frac{a^{-4}}{(a^{-4})^{-2}}$

2.– Simplifica la siguiente expresión dando el resultado como un único logaritmo:

$$\ln \sqrt{x} + \ln 3 \log_3(x^2)$$

3.– Simplifica las siguientes expresiones:

a) $\sin(2 \arcsin x)$ b) $\cos(\arctan x)$

4.– Simplifica al máximo la expresión: $\sin(x - y) \cos y + \cos(x - y) \sin y$.

5.– Halla los números reales que cumplen la condición: $|x - 1| |\pi - x| = 0$.

6.– Resuelve la inecuación: $\left| 3 - \frac{1}{x} \right| < 1$.

7.– Halla todas las soluciones reales y complejas de la ecuación: $x^2 - 2\sqrt{5}x + 6 = 0$.

8.– Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$ b) $5 \tan x + 12 \sin^2 x = 11$

9.– Determina el valor del producto p de todas las soluciones reales de la ecuación $x^{\log_{10} x} = 10$.

10.– Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones $\begin{cases} 2 + x = y^2 \\ 2 + y = x^2 \end{cases}$

11.– Calcula el valor de $\ln(xy)$ sabiendo que $\ln(xy^3) = 1$ y que $\ln(x^2y) = 1$.

12.– Determina las soluciones reales de la ecuación $|1 - x^2| = 1 - x$.

13.– Determina las soluciones de la ecuación $\ln(3 + x) = \ln 3 + \ln x$.

14.– Descompón en fracciones simples:

a) $\frac{1}{(x-1)(x^2+1)}$ b) $\frac{x+3}{x^2+4x}$

15.- La gráfica de la función $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ corta al eje horizontal en cinco puntos distintos, uno de los cuales es el $(0, 0)$. Indica qué coeficiente no puede ser cero.

16.- Calcula el radio de una circunferencia concéntrica con $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0$ que pasa por el punto $(1, 1)$.

17.- Calcula la recta simétrica de $2x + 3y = 1$ respecto de $y = -x$.

18.- Sea f una función tal que $\forall x > 0$, se cumple $f(x) + 2f\left(\frac{2002}{x}\right) = 3x$. Calcula $f(2)$.

19.- Calcula la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)$	b) $f(x) = (a + bx)^n$
c) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$	d) $f(x) = \cotan x - 2 \operatorname{cosec} x$
e) $f(x) = \cos(\tan x)$	f) $f(x) = (1 + x^2) \arctan x$
g) $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$	h) $f(x) = (\sen x)^{\cos x}$

20.- En un triángulo ABC , sea M el punto medio de BC . Si $AB = 4 \text{ cm}$, $BC = 6 \text{ cm}$ y $AM = 5 \text{ cm}$, calcula el área S del triángulo.

21.- El perímetro de un triángulo rectángulo es 40 cm y la suma de los cuadrados de los catetos vale 578 cm^2 . Calcula la longitud l del lado más corto.

22.- Dos paredes de una habitación y el techo se juntan en un punto P , formando un triedro trirectángulo. Calcula a qué distancia del techo está una mosca situada en el aire, si se encuentra a 1 m de una pared, a 8 m de la otra y a 9 m del punto P .

23.- $ABCD$ es un rectángulo. E es un punto cualquiera del lado CD . Sean x, y, z las áreas de los triángulos AED , BCE y ABE , respectivamente. Si $y^2 = xz$, calcula el valor $\frac{DE}{EC}$.

24.- Calcula el valor de $S = \log 2! - \log 3! + \log 4! - \dots - \log 9! + \log 10!$

25.- Sean $S = 1 + a + a^2 + \dots + a^{10}$, $T = 1 + a + a^2 + \dots + a^{21}$. Calcula el valor de T/S .

26.- Simplifica la siguiente expresión: $\tanh(\operatorname{argsh} x)$.

27.- Demuestra que se verifica la identidad siguiente: $(\cosh x + \sinh x)^n = \cosh nx + \sinh nx$.
