

1.-

	Adher.	Aisl.	Deriv.	Inter.	Front.	Exterior
\mathbb{N}	\mathbb{N}	\mathbb{N}	\emptyset	\emptyset	\mathbb{N}	$(-\infty, 1) \cup_{n \in \mathbb{N}} (n, n+1)$
\mathbb{Z}	\mathbb{Z}	\mathbb{Z}	\emptyset	\emptyset	\mathbb{Z}	$\cup_{m \in \mathbb{Z}} (m, m+1)$
\mathbb{Q}	\mathbb{R}	\emptyset	\mathbb{R}	\emptyset	\mathbb{R}	\emptyset
\mathbb{R}	\mathbb{R}	\emptyset	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\emptyset	\emptyset



2.- P. 2, ejercicio 1, apdo. d).

Mostrar: $\mathring{A} \cup \mathring{B} \subset (A \cup B)^\circ$

$$\forall x \in \mathring{A} \cup \mathring{B} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathring{A} \Rightarrow \exists r_1 / \mathring{B}(x, r_1) \subset A \subset A \cup B \Rightarrow x \in (A \cup B)^\circ \\ x \in \mathring{B} \Rightarrow \exists r_2 / \mathring{B}(x, r_2) \subset B \subset A \cup B \Rightarrow x \in (A \cup B)^\circ \end{cases}$$

En ambos casos, $x \in (A \cup B)^\circ$, luego $\mathring{A} \cup \mathring{B} \subset (A \cup B)^\circ$

3.- P. 2, ejercicio 3, apdo. f). Ejemplo, o dem. que es imposible, de que \bar{A} es subc.p. de $(\bar{A})^\circ$

• C es subc. propio de $D \Leftrightarrow C \subset D, C \neq D$.

• Por las prop. del conj. interior: $(\bar{A})^\circ \subset \bar{A} \quad \forall A$

• \bar{A} no puede ser subc.p. de $(\bar{A})^\circ$ pues, en ese caso lo que contradice la definición de subc. propio.

$$\begin{cases} (\bar{A})^\circ \subset \bar{A} \\ \bar{A} \subset (\bar{A})^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \bar{A} = (\bar{A})^\circ$$

4.- P. 2, ejercicio 5, apdo. f). "En $(\mathbb{R}, \|\cdot\|)$ el único conj. de racionales abierto es \emptyset " $\forall \text{ } \textcircled{F}$?

• \emptyset es abierto por convenio. Veamos si existen otros.

• Ejemplos: $\{1, 2, 3\}$, $\{1/n\}$, $\mathbb{Q} \cap (0, 1)$ no son abiertos (distintos de su int.).

• Demostración A es abierto $\Leftrightarrow A = \mathring{A} \Leftrightarrow$ todos sus puntos son interiores.

En \mathbb{R} , en toda bola centrada en un racional \exists irracionales, luego no hay ninguna \mathring{B} centrada en el racional y contenida en el conjunto \Rightarrow ningún racional es interior. \Rightarrow no un conjunto de racionales abierto.

5.- P. 2, ejercicio 6, apdo. h).

$$A = \mathbb{N} \times \mathbb{Q}$$

$$A = \{(n, q) \in \mathbb{R}^2 / n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{Q}\}$$

$$\bar{A} = \mathbb{N} \times \mathbb{R}, \text{Aisl}(A) = \emptyset, A' = \bar{A} \setminus \text{Aisl}(A) = \bar{A}$$

$$\mathring{A} = \emptyset, \text{Fr}(A) = \bar{A} \setminus \mathring{A} = \bar{A}, \text{Ext}(A) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x \notin \mathbb{N}\}$$

$$A \neq \mathring{A} \Rightarrow \text{no abierto}; A \neq \bar{A} \Rightarrow \text{no cerrado}$$

No cerrado \Rightarrow no compacto. No acotado.

