

1.-

	Adher.	Aisl.	Deriv.	Inter.	Front.	Exterior	
$\mathbb{N}$	$\mathbb{N}$	$\mathbb{N}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\mathbb{N}$	$(-\infty, 1) \cup_{n \in \mathbb{N}} (n, n+1)$	↑
$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Z}$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\mathbb{Z}$	$\cup_{m \in \mathbb{Z}} (m, m+1)$	↑
$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$	$\emptyset$	$\mathbb{R}$	$\emptyset$	$\mathbb{R}$	$\emptyset$	
$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\emptyset$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\emptyset$	$\emptyset$	

2.- P. 2, ejercicio 1, apdo. d). Demostrar:  $\overset{\circ}{A \cup B} \subset (A \cup B)^\circ$

$$\forall x \in \overset{\circ}{A \cup B} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A^\circ \Rightarrow \exists r_1 / B(x, r_1) \subset A \subset A \cup B \Rightarrow x \in (A \cup B)^\circ \\ x \in B^\circ \Rightarrow \exists r_2 / B(x, r_2) \subset B \subset A \cup B \Rightarrow x \in (A \cup B)^\circ \end{cases}$$

En ambos casos,  $x \in (A \cup B)^\circ$ , luego  $\overset{\circ}{A \cup B} \subset (A \cup B)^\circ$

3.- P. 2, ejercicio 3, apdo. f). Ejemplo, o dem. que es imposible, de que  $\bar{A}$  es subc.p. de  $(\bar{A})^\circ$

• C es subc. propio de D  $\Leftrightarrow C \subset D, C \neq D$ .

• Por las prop. del conj. interior:  $(\bar{A})^\circ \subset \bar{A} \neq A$

•  $\bar{A}$  no puede ser subc. p. de  $(\bar{A})^\circ$  pues, en ese caso lo que contradice la definición de subc. propio.

$$\left\{ \begin{array}{l} (\bar{A})^\circ \subset \bar{A} \\ \bar{A} \subset (\bar{A})^\circ \end{array} \right\} \Leftrightarrow \bar{A} = (\bar{A})^\circ$$

4.- P. 2, ejercicio 5, apdo. f). "En  $(\mathbb{R}, \|\cdot\|)$  el único conj. de racionales abierto es  $\emptyset$ " V/F?

•  $\emptyset$  es abierto por convenio. Veámos si existen otros.

• Ejemplos:  $\{1, 2, 3, \dots, 1/n\}$ ,  $\mathbb{Q} \cap (0, 1)$  no son abiertos (distintos de su int.)

• Demonstración: A es abierto  $\Leftrightarrow A = \overset{\circ}{A}$  todos sus puntos son interiores.

En  $\mathbb{R}$ , en toda bola centrada en un racional  $\exists$  iracionales, luego no hay ninguna  $B$  centrada en el racional y contenida en el conjunto  $\Rightarrow$  ningún racional es interior.  $\bar{A}$  un conjunto de racionales abierto.

5.- P. 2, ejercicio 6, apdo. h).  $A = \mathbb{N} \times \mathbb{Q}$

•  $A = \{(n, q) \in \mathbb{R}^2 / n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{Q}\}$

•  $\bar{A} = \mathbb{N} \times \mathbb{R}$ ,  $\text{Aisl}(A) = \emptyset$ ,  $A' = \bar{A} \setminus \text{Aisl}(A) = \bar{A}$

•  $A = \emptyset$ ,  $F(A) = \bar{A} \setminus \overset{\circ}{A} = \bar{A}$ ,  $\text{Ext}(A) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x \notin \mathbb{N}\}$

•  $A \neq \overset{\circ}{A} \Rightarrow$  No abierto;  $A \neq \bar{A} \Rightarrow$  No cerrado

No cerrado  $\Rightarrow$  No compacto. No acotado.

