

1.– Demostrar la prop. d) del tema 1, apdo. 3.3.

Sean a, b, c elementos del cuerpo ordenado K . Se cumple $a \leq b, c < 0 \implies ac \geq bc$

Demostración.

Si $c < 0$, por la propiedad b), será $-c > 0$. Entonces, por la compatibilidad del orden con el producto, multiplicando por $(-c)$ se mantiene la desigualdad

$$a(-c) \leq b(-c)$$

Aplicando la propiedad f) y la conmutatividad y asociatividad de $\cdot$

$$a(-1)c \leq b(-1)c \implies (-1)ac \leq (-1)bc \implies (-1)(ac) \leq (-1)(bc)$$

Aplicando de nuevo la propiedad f)

$$-ac \leq -bc$$

de donde, por la propiedad c), obtenemos

$$ac \geq bc$$

como queríamos demostrar.
