

① DOMINIO DE $f(x) = x^a, a \in \mathbb{R}$

Ejercicios propuestos 10.XI.20

1) $a > 0$

1.1. $a = \frac{m}{n} \in \mathbb{Q}^+$ $\Rightarrow x^a = x^{m/n} = \sqrt[n]{x^m}$

* Con n impar, $D = \mathbb{R}$, pues la raíz impar de un n° negativo existe.

* Con n par, $D = \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$ pues la raíz par de " " no existe.

1.2. $a \notin \mathbb{Q}$

* El dominio es $D = \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}$ pues la potencia irracional de un n° negativo no existe.

2) $a = 0$: $x^a = 1$ ($x \neq 0$). Es una función constante y su $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

3) $a < 0$: $a = -|a| \Rightarrow x^a = \frac{1}{x^{|a|}}$ ($x \neq 0$)

3.1. $|a| = \frac{m}{n} \in \mathbb{Q}^+$: el dominio es el del apdo. 1.1, excluyendo el $\{0\}$

* Con n impar: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

* Con n par: $D = \mathbb{R}^+$

3.2. $|a| \notin \mathbb{Q}$: el dominio es el del apdo 1.2, excluyendo el $\{0\}$: $D = \mathbb{R}^+$

② Demostrar que la función par e impar a la vez es la nula.

$$\forall x, f(-x) = \begin{cases} f(x) & \text{par e impar} \\ -f(x) & \text{" " " "} \end{cases} \Rightarrow f(x) = -f(x) \Rightarrow 2f(x) = 0 \Rightarrow \boxed{f(x) = 0, \forall x}$$

③ Función Parte decimal $f(x) = x - E(x)$

