Cálculo Infinitesimal 1 — Ejercicio 4

Funciones reales (Curso 2014–2015)

1.– Si una función tiene límite en un punto, sus valores se aproximan a dicho límite tanto como queramos, siempre que x esté suficientemente cerca del punto. A partir de esto se verifican las propiedades siguientes, que se pide demostrar (se recomienda consultar las propiedades de los límites de sucesiones).

Sean f y g dos funciones definidas en todo $\mathbb{R}$. Entonces:

a) Si $\lim_{x\to a} f(x) = \alpha > \beta$, existe un entorno de a en el que $f(x) > \beta$.

b) Si $\lim_{x\to a} g(x) = \gamma < \beta$, existe un entorno de a en el que $g(x) < \beta$.

c) Si ambas tienen límite en a y se cumple $\lim_{x\to a} f(x) > \lim_{x\to a} g(x)$, existe un entorno de a en el que $f(x) > g(x)$.

2.– Calcular la función derivada de $v(x) = x^{x^x}$.

3.– Dada la función :

$$g(x) = \begin{cases} x^m \cos\frac{1}{x} & x \neq 0,\ m \in \mathbb{N} \cup \{0\} \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

Analizar, según los valores de m:

a) Su dominio.

b) La continuidad de la función.

c) La derivabilidad de g y calcular su derivada.
