1.– Sea el conjunto B constituido por los puntos $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tales que h existe y pertenece a $\mathbb{R}$, siendo h el valor definido por la expresión:

$$h = \sqrt{(x-y)(x+y)} + \frac{\operatorname{arcsen}\left(\frac{x}{2}\right)}{\ln(x^2+y^2-1)}$$

Se pide:

a) Obtener la expresión analítica que defina el conjunto B.

b) Dibujar de forma esquemática el conjunto B.

c) Dibujar de forma esquemática el conjunto $Fr(\mathrm{B})$ y solo el conjunto $Fr(\mathrm{B})$.

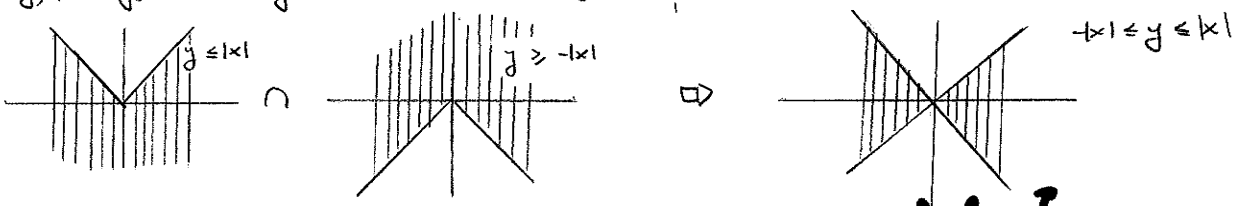
d) Determinar si B es un conjunto abierto.

e) Determinar si B es un conjunto cerrado.

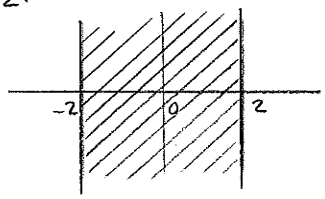
f) Determinar si B es un conjunto compacto.

Para que $h \in \mathbb{R}$ deben cumplirse 3 condiciones:

① $(x-y)(x+y) = x^2 - y^2 \geq 0 \Leftrightarrow |x| \geq |y| \Leftrightarrow -|x| \leq y \leq |x|$, es decir:

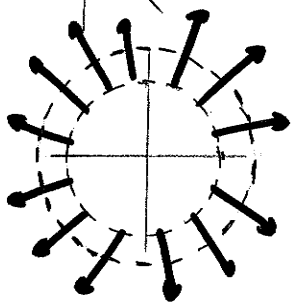


② $\left|\frac{x}{2}\right| \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$



③ $x^2+y^2-1 > 0 \Leftrightarrow x^2+y^2 > 1$

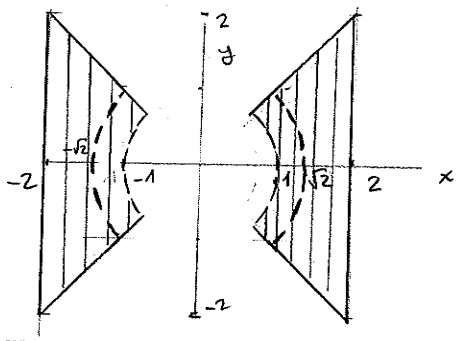
$x^2+y^2-1 \neq 1 \Leftrightarrow x^2+y^2 \neq 2$



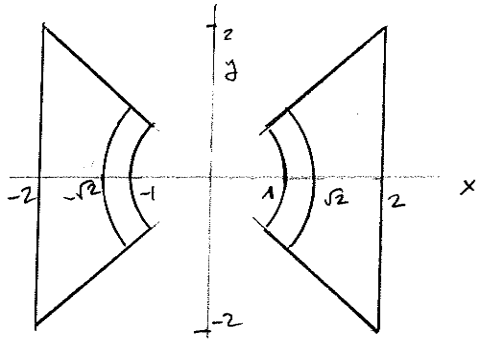
a) $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / |x| \geq |y|, |x| \leq 2, x^2+y^2 > 1, x^2+y^2 \neq 2\}$ o bien, separando las condiciones:

$B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / |x| \geq |y|\} \cap \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / |x| \leq 2\} \cap \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x^2+y^2 > 1\} \cap \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x^2+y^2 \neq 2\}$

b)



c)



d) $\overset{\circ}{B} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / |x| > |y|, |x| < 2, x^2+y^2 > 1, x^2+y^2 \neq 2\} \neq B \Rightarrow$ B no es abierto

e) $\overline{B} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / |x| \geq y, |x| \leq 2, x^2+y^2 \geq 1\} \neq B \Rightarrow$ B no es cerrado

f) B no es compacto pues no es cerrado. (aunque sí acotado)