

1.– Sea A el conjunto formado por los puntos tales que $\operatorname{tg} \frac{1}{x} = 1$

a) Determinar el conjunto A .

b) Se define la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \operatorname{tg} \frac{1}{x}}{\cos \frac{1}{x} - \operatorname{sen} \frac{1}{x}} & x \in \mathbb{R} \setminus A \\ -\sqrt{2} & x \in A \end{cases}$$

Analizar la continuidad de f , indicando qué tipos de discontinuidad presenta.

2.– Demostrar las siguientes afirmaciones o dar un contraejemplo en caso de falsedad:

a) Sean f y g funciones definidas en un entorno de $a \in \mathbb{R}$. Si existe $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ y no existe $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$, entonces no existe $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x))$.

b) Si f es continua en I , $|f|$ también lo es.

c) Sean f y g dos funciones definidas en U_a , entorno de $a \in \mathbb{R}$, tales que $f < g$ en U_a . Si ambas tienen límite en a , se verifica:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) < \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$
