Cálculo Infinitesimal **EJERCICIO 4**

Funciones Reales de Variable Real (Curso 2011–2012)

1.– Sea la función :

$$f(x) = \begin{cases} A + B\log(x), & x > 0 \\ C \qquad\qquad\quad , & x = 0 \\ De^{3x} + \dfrac{E}{x^3} \quad , & x < 0 \end{cases}$$

donde A, B, C, D y E son parámetros reales. Encontrar los valores de los parámetros para los que se verifica:

a) $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = \infty$
b) $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 2$
c) $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = 3$
d) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$

2.– Estudiar, según los valores del parámetro $\alpha \in \mathbb{N}$, la existencia de derivadas sucesivas en $x = 0$ para la función:

$$q(x) = \begin{cases} x^{\alpha} \operatorname{sen} \dfrac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

3.– Decimos que f es derivable en $x \Longleftrightarrow \exists \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h}$, en cuyo caso, llamamos $f'(x)$ al lmite. Se pide demostrar:

a) Si f es derivable en x, existe: $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} = f'(x)$.

b) La existencia del lmite anterior no asegura que f sea derivable en x.
