

1.– En la definición de límite podemos usar otra distancia distinta de la del valor absoluto:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a \iff \forall \epsilon > 0 \quad \exists n \in \mathbb{N} / d(a_n, a) < \epsilon \quad \forall m \geq n$$

En este caso la existencia del límite dependerá, no sólo de la sucesión, sino también de la métrica usada. Explicar qué ocurre si la métrica utilizada es la discreta:

$$d(x, y) = \begin{cases} 0, & x = y \\ 1, & x \neq y \end{cases}$$

2.– Calcular:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b} + \sqrt[n]{c}}{3} \right]^n \quad a, b, c > 0$$

3.– Calcular, según los valores de $a \in \mathbb{R}^+$ el límite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a^{(-n/2)} \sqrt[n]{4 \cdot 4^2 \cdots 4^n}$$

4.– En la propiedad P.5 de los límites, se dice que si $\{a_n\} \rightarrow a$, $\{b_n\} \rightarrow b$ y $a < b$, entonces

$$\exists n \in \mathbb{N} / a_m < b_m \quad \forall m \geq n$$

Demostrar que no sólo se cumple que $a_m < b_m$, sino que también se verifica que $a_p < b_q \quad \forall p, q \geq n$
