

1.– Demostrar que, dados dos números positivos a y b , su media aritmética es siempre mayor o igual que su media geométrica, es decir

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}, \quad \forall a, b \in \mathbb{R}^+$$

2.– Un término cualquiera de una serie geométrica se obtiene multiplicando por una constante (razón) al anterior. Se pide obtener la expresión de la suma de los n primeros términos de una serie geométrica de razón r y primer término a_1 . Calcular el límite de dicha expresión cuando n tiende a ∞ , si $|r| < 1$.

3.– Dado un número real $\alpha \in (0, 1)$ y una sucesión de números reales $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$, tales que

$$|a_{n+2} - a_{n+1}| \leq \alpha |a_{n+1} - a_n| \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

se pide:

a) Demostrar que $|a_{n+1} - a_n| \leq \alpha^{n-1} |a_2 - a_1| \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

b) Demostrar que $|a_n - a_m| < \frac{\alpha^{m-1}}{1-\alpha} |a_2 - a_1| \quad \forall n > m \geq 1$.
