

4.– Obtener la fórmula de reducción para las siguientes integrales:

a) $\int \arcsen^n x \, dx$

Sol: $I(n) = x \arcsen^n x + n\sqrt{1-x^2} \arcsen^{n-1} x - n(n-1)I(n-2)$, válida para $I(0)$ e $I(1)$.

b) $\int \operatorname{argch}^n x \, dx$

Sol: $I(n) = x \operatorname{argch}^n x - n\sqrt{x^2-1} \operatorname{argch}^{n-1} x + n(n-1)I(n-2)$, válida para $I(0)$ e $I(1)$.

c) $\int \tan^n x \, dx$

Sol: $I(n) = \frac{1}{n-1} \tan^{n-1} x - I(n-2)$ ($n \neq 1$); $I(0) = x$; $I(1) = -\ln |\cos x|$

d) $\int \operatorname{cotan}^n x \, dx$

Sol: $I(n) = -\frac{1}{n-1} \operatorname{cotan}^{n-1} x - I(n-2)$ ($n \neq 1$); $I(0) = x$; $I(1) = \ln |\operatorname{sen} x|$

e) $\int \cosh^n x \, dx$

Sol: $I(n) = \frac{1}{n} \operatorname{senh} x \cosh^{n-1} x + \frac{n-1}{n} I(n-2)$ ($n \neq 0$); $I(0) = x$; $I(1) = \operatorname{senh} x$

f) $\int (1+x^2)^n \, dx, \quad n \in \mathbb{N}$

Sol: $I(n) = \frac{x(1+x^2)^n}{2n+1} + \frac{2n}{2n+1} I(n-1)$, válida para $I(0)$.

g) $\int x^n \operatorname{senh} x \, dx$

Sol: $I(n) = x^n \cosh x - nx^{n-1} \operatorname{senh} x + n(n-1)I(n-2)$, válida para $I(0)$ e $I(1)$.

h) $\int x^{2n} \cos x \, dx$

Sol: $I(n) = x^{2n} \operatorname{sen} x + 2n x^{2n-1} \cos x - 2n(2n-1) I(n-1)$, válida para $I(0)$.

i) $\int x^\alpha \ln^n x \, dx, \quad \alpha \in \mathbb{R}, \quad n \in \mathbb{N}$

Sol: $I(n) = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} \ln^n x - \frac{n}{\alpha+1} I(n-1)$ ($\alpha \neq -1$), válida para $I(0)$.

$\alpha = -1 : \quad I(n) = \frac{\ln^{n+1} x}{n+1}$