

Algebra Lineal II. Curso 2024-2025. Formas cuadráticas. Práctica voluntaria.

Sean $c_1c_2c_3c_4c_5c_6c_7c_8$ las ocho cifras de tu DNI⁽¹⁾. Por ejemplo si el DNI es 32478910, entonces $c_1 = 3, c_2 = 2, c_3 = 4, c_4 = 7, c_5 = 8, c_6 = 9, c_7 = 1, c_8 = 0$.

Para cada i , con $1 \leq i \leq 8$ llamamos a_i al resto de c_i módulo 3, es decir, el resto que se obtiene al dividir c_i por 3. En el ejemplo anterior $a_1 = 0, a_2 = 2, a_3 = 1, a_4 = 1, a_5 = 2, a_6 = 0, a_7 = 1, a_8 = 0$.

Dado un valor $d \in \mathbb{R}$ se considera en \mathbb{R}^3 la superficie S de ecuación:

$$z(x, y) = x^2 - 2d(a_2 + 1)xy + a_3y^2 + a_4$$

1. Demostrar que $z(x, y) = a_4 + w(x, y)$ donde $w(x, y)$ es una forma cuadrática en \mathbb{R}^2 .
2. Escribir la matriz asociada a w en la base canónica.
3. Dar la expresión para $f((x, y), (x', y'))$ siendo f la forma bilineal simétrica asociada a w .
4. En función de d , clasificar la forma cuadrática obtenida dando además su rango y signatura.
5. En función de d dar una base de vectores conjugados.
6. Para $d = 2$ calcular los vectores autoconjugados de w , expresándolos de la manera más sencilla posible.
7. Interpretando la clasificación del apartado anterior, responde razonadamente las siguientes cuestiones:
 - (a) ¿Para qué valores de d la función $z(x, y) = a_4 + w(x, y)$ tiene un mínimo en $(0, 0)$?
 - (b) ¿Para qué valores de d la función $z(x, y) = a_4 + w(x, y)$ tiene un máximo en $(0, 0)$?
 - (c) ¿Para qué valores de d la función $z(x, y) = a_4 + w(x, y)$ no tiene ni un máximo ni un mínimo en $(0, 0)$?
8. Para $d = 2$ dar, si es posible una dirección (p, q) de manera que en el origen la superficie crezca en esa dirección, es decir, se cumpla:

$$z(0, 0) < z((0, 0) + t(p, q)) \text{ para todo } t > 0$$

y otra en la que decrezca, es decir, cumpla:

$$z(0, 0) > z((0, 0) + t(p, q)) \text{ para todo } t > 0$$

Normas:

- La entrega de la práctica es voluntaria.
- La fecha límite de entrega es el Viernes 21 de Febrero a las 23:59.
- Supondrá hasta un máximo de 0.5 puntos en la nota final de la materia, en la forma precisa explicada en la presentación de la asignatura.
- **Sólo se recogerán las prácticas que sean entregadas dentro del plazo indicado.**
- Se penalizará hasta el suspenso, cualquier indicio de copia o fraude en la autoría del trabajo presentado.
- En cada práctica debe de figurar el nombre y el DNI del alumno y **mantener unos mínimos de calidad en la presentación.**
- Preferentemente se entregarán los trabajos en formato PDF a través de la plataforma Teams. **El nombre del archivo deberá de ser "T2T1-Nombre y apellidos.pdf". Por ejemplo: "T2T1-Luis Fuentes García.pdf"**. No obstante de manera excepcional también se aceptarán en papel.
- Los alumnos podrán ser requeridos para que expongan y expliquen oralmente la práctica entregada y muestren pleno conocimiento de lo que han escrito.