Sean $c_1c_2c_3c_4c_5c_6c_7c_8$ las ocho cifras de tu DNI⁽¹⁾. Por ejemplo si el DNI es 32478910, entonces $c_1 = 3, c_2 = 2, c_3 = 4, c_4 = 7, c_5 = 8, c_6 = 9, c_7 = 1, c_8 = 0$.

Para cada i , con $1 \leq i \leq 8$ llamamos a_i al resto de c_i módulo 5, es decir, el resto que se obtiene al dividir c_i por 5. En el ejemplo anterior $a_1 = 3, a_2 = 2, a_3 = 4, a_4 = 2, a_5 = 3, a_6 = 4, a_7 = 1, a_8 = 0$.

Para cada $k \in \mathbb{R}$ se considera en $\mathbb{R}^3$ la superficie S de ecuación implícita:

$$x^2 + 2kxy + (a_5 + 1)^2y^2 - z = 0.$$

1. Escribir la ecuación de S como $z = w(x, y)$ donde $w(x, y)$ es una forma cuadrática en $\mathbb{R}^2$.
2. Escribir la matriz asociada a w en la base canónica.
3. Dar la expresión para $f((x, y), (x', y'))$ siendo f la forma bilineal simétrica asociada a w .
4. Demostrar que $f((x, y), (x', y'))$ es lineal en la primera componente.
5. En función de k , clasificar la forma cuadrática obtenida dando además su rango y signatura.
6. En función de k dar una base de vectores conjugados.
7. Para $k = 6$ calcular los vectores autoconjugados de w , expresándolos de la manera más sencilla posible.
8. Interpretando la clasificación del apartado anterior, responde razonadamente las siguientes cuestiones:
 - (a) ¿Para qué valores de k la función $z = w(x, y)$ tiene un mínimo en $(0, 0)$?
 - (b) ¿Para qué valores de k la función $z = w(x, y)$ tiene un máximo en $(0, 0)$?
 - (c) ¿Para qué valores de k la función $z = w(x, y)$ no tiene ni un máximo ni un mínimo en $(0, 0)$?
9. Para los valores de k tales que w es semidefinida, dar la ecuación de una recta que pase por el origen contenida en la superficie S .
10. Si tomamos $(x, y) = t(a, b)$ con (a, b) fijo, entonces $\alpha(t) = (at, bt, w(at, bt))$ es la ecuación paramétrica de una curva contenida dentro de la superficie.

Teniendo en cuenta esto, para $k = 6$ dar la ecuación paramétrica de dos curvas contenidas dentro de ella; una que tome valores siempre por encima del plano XY y otra que sólo tome valores por debajo.

Normas:

- La entrega de la práctica es voluntaria.
- La fecha límite de entrega es el Viernes 4 de Marzo a las 23:59.
- Supondrá hasta un máximo de 0.5 puntos en la nota final de la materia, en la forma precisa explicada en la presentación de la asignatura.
- Sólo se aceptarán las prácticas que sean entregadas dentro del plazo indicado.
- Se penalizará hasta el suspenso, cualquier indicio de copia o fraude en la autoría del trabajo presentado.
- En cada práctica debe de figurar el nombre y el DNI del alumno y mantener unos mínimos de calidad en la presentación.
- Los alumnos podrán ser requeridos para que expongan y expliquen oralmente la práctica entregada y muestren pleno conocimiento de lo que han escrito.
- Los trabajos pueden ser enviados por vía telemática, bien sea por e-mail a la dirección luis.fuentes@udc.es, a través de moodle o Teams. El formato preferente del archivo será PDF. También se pueden entregar en papel.