EJERCICIOS RESUELTOS DEL TEMA 8

1º.- Hallar, sin calculadora las siguientes razones trigonométricas:sen 150º

a) cosec 120º
b) sen 315º
c) cosec (7π / 6)
d) tg (-495º)
e) cos 225º
f) cotg 240º
g) sec (-120º)
h) sen (13 π / 3)
i) cotg (13 π / 2)
j) tg (-45º)

Solución:

a) $sen(150^o) = sen(180^o - 30^o) = sen(\pi - \frac{\pi}{6}) = sen(\frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$

b) cosec (120º) = cos (180º - 60º) = cosec (60º) = $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

c) sen (315º) = sen (360º -45º) = sen (-45º) = - sen 45º = $\frac{-\sqrt{2}}{2}$

d) $\cos ec\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \cos ec\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\cos ec\left(\frac{\pi}{6}\right) = -2$

e) $tg(-495^o) = tg(-360^o - 135^o) = tg(\pi + \frac{\pi}{4}) = tg(\frac{\pi}{4}) = 1$

f) $\cos(225^o) = \cos(180^o + 45^o) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\cos(\frac{\pi}{4}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

g) $\cot g(240^o) = \cot g(180^o + 60^o) = \cot g(\pi + \frac{\pi}{3}) = \cot g(\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

h) $\sec(-120^o) = \sec(120^o) = \sec(90^o + 30^o) = \sec(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}) = -\cos ec\left(\frac{\pi}{6}\right) = -2$

i) $sen\left(\frac{13\pi}{3}\right) = sen\left(4\pi + \frac{\pi}{3}\right) = sen\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

j) $\cot g\left(\frac{13\pi}{2}\right) = \cot g\left(6\pi + \frac{\pi}{2}\right) = \cot g\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

k) $tg(-45^o) = -tg(45^o) = -tg\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$

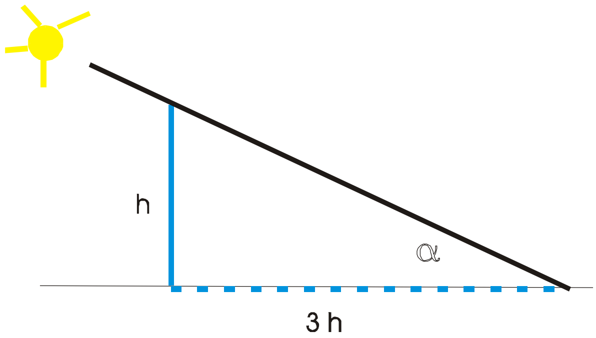
2º.- ¿Si el ángulo α pertenece al segundo cuadrante y $sen\ \alpha = \frac{1}{3}$, entonces $sen\ 2\alpha = \frac{2}{3}$?

Solución: La respuesta a la pregunta es que no

Sabemos que: $sen\ (2\alpha) = 2\ sen\ \alpha\ \cos\ \alpha$, necesitamos, por lo tanto calcular el $\cos\ \alpha$. $\cos\alpha = \pm\sqrt{1 - sen^2\alpha} = \pm\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \pm\sqrt{\frac{8}{9}} = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$, en nuestro caso $\cos\alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$ puesto que α es del segundo cuadrante.

Por lo tanto : $sen\ (2\alpha) = 2\ sen\ \alpha\ \cos\ \alpha = 2.\frac{1}{3}.\left(\frac{-2\sqrt{2}}{3}\right) = -\frac{4\sqrt{2}}{9}$

3º.- Calcula el ángulo de elevación del Sol sobre el horizonte sabiendo que una estatua proyecta una sombra que mide tres veces su altura.



Solución:
Sea h la altura de la estatua, entonces

$$tg(\alpha)=\frac{h}{3h}=\frac{1}{3}\Rightarrow \alpha=arctg\left(\frac{1}{3}\right)=18,43^o$$

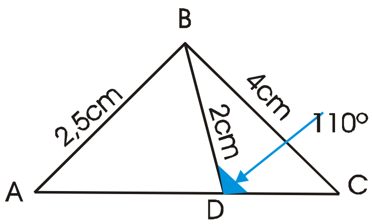
4º.- Si en un triángulo a = 8, c = 6 y C = 30, Calcula el resto de los elementos de dicho triángulo
Solución: Mediante el teorema de seno tenemos que:

$$\frac{a}{sen\ A}=\frac{b}{sen\ B}=\frac{c}{sen\ C}\Rightarrow\frac{a}{sen\ A}=\frac{c}{sen\ C}\Rightarrow\frac{8}{sen\ A}=\frac{6}{sen\ 30^o}\Rightarrow senA=\frac{8}{6}.\frac{1}{2}=\frac{2}{3}\Rightarrow\hat{A}=41,81^o$$

Como conocemos $\hat{A}$ y $\hat{C}$, tenemos que, $\hat{B}=180^o-(\hat{A}+\hat{C})=108,19^o$

Aplicando de nuevo el teorema del seno, $\frac{b}{sen\ B}=\frac{c}{sen\ C}\Rightarrow b=\frac{c.sen\ B}{sen\ C}=\frac{6.0,95}{0,5}=11,4$

5º.- Calcula el valor de AC a partir de la figura



Solución: En el triángulo DCB, aplicando el teorema del seno, tenemos que

$$\frac{\overline{BD}}{sen\ C}=\frac{\overline{BC}}{sen\ D}\Rightarrow\frac{2}{sen\ C}=\frac{4}{sen\ 110^o}\Rightarrow senC=0,4698\Rightarrow C=28,02^o$$

En el triángulo ABD, aplicando el teorema del seno, tenemos que

$$\frac{\overline{AB}}{sen\ D}=\frac{\overline{BD}}{sen\ A}\Rightarrow\frac{2,5}{sen(70^o)}=\frac{2}{sen\ A}\Rightarrow sen\ A=0,75\Rightarrow A=49^o$$

En el triángulo ABC, conocemos los lados AB y BC así como el ángulo B = 180º-(A +C)= 77,02º

Aplicando el teorema del coseno, $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2-2.\overline{AB}.\overline{BC}\cos\hat{B}$

$$\Rightarrow\overline{AC}^2=(2,5)^2+4^2-2.2,5.4.\cos(77,02^o)=6,25+16-20.0,2246=17,758$$