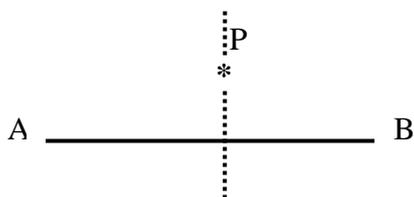


Tema 5: Polígonos

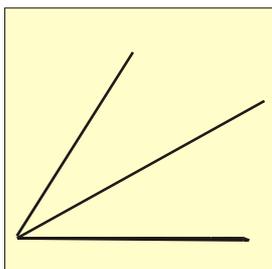
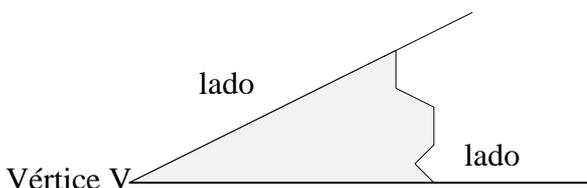
5.1 Elementos Fundamentales de Geometría

Mediatriz de un segmento : Es la recta perpendicular trazada en su punto medio .



Cualquier punto P de la mediatriz equidista de los extremos A y B del segmento .

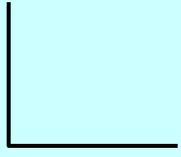
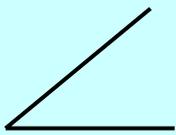
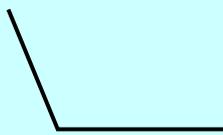
Ángulo : es una región del plano limitada por dos semirrectas , que se llaman **lados** , y que tienen un punto común que se llama **vértice** .



Bisectriz de un ángulo : es la semirrecta que divide al ángulo en dos ángulos iguales .

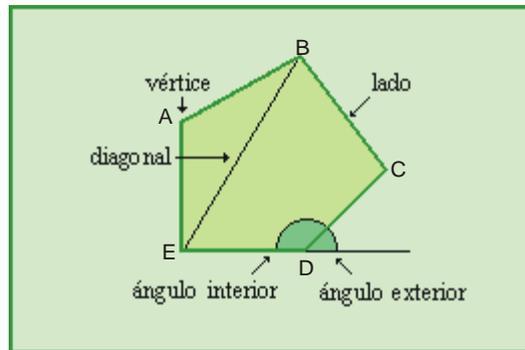
Cualquier punto de la bisectriz equidista de los lados del ángulo .

Clasificación de los ángulos :

<p>Recto: cuando los lados son perpendiculares; por lo tanto es el que mide 90° o $\frac{\pi}{2}$ radianes</p>	<p>Agudo: la abertura de los lados es menor que la de un ángulo recto; por ello mide entre 0° y 90°</p>	<p>Obtuso: La abertura de los lados es mayor que la de un ángulo recto. Es el que mide mas de 90°</p>
		

Al dibujar varios segmentos consecutivos obtendremos una *línea poligonal*.

Definición 6.1.1.- Un polígono es la región interior de una línea poligonal cerrada y no cruzada. Sus elementos son: los **lados**, los **vértices** y las **diagonales**. A la línea que lo rodea se la llama contorno del polígono.



Los elementos de los polígonos son :

- Lados** : segmentos que limitan el polígono; AB , BC , CD , DE , EA.
- Perímetro** : suma de las longitudes de los lados. P
- Vértices** : Puntos donde se unen dos lados consecutivos: A , B , C , D , E.
En todo polígono el nº de lados y vértices coincide .
- Diagonales** : son los segmentos que unen vértices no consecutivos .
- Ángulos interiores** : son los ángulos formados por lados consecutivos.
- Ángulos exteriores**: son los ángulos formados por un lado y la prolongación de otro consecutivo

Los polígonos pueden dividirse, según sus ángulos, en dos grandes grupos: **cóncavos** y **convexos**. Un polígono es cóncavo cuando todos sus ángulos interiores son menores de 180° y es convexo si alguno de sus ángulos interiores es mayor de 180° .

La suma de los ángulos interiores de un polígono convexo de n lados es igual a $[180^\circ \cdot (n-2)]$

CLASIFICACIÓN DE LOS POLÍGONOS :

a) Por el número de lados :

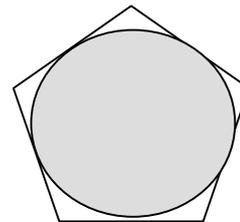
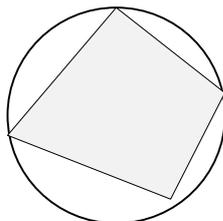
Triángulo, Cuadrilátero, Pentágono, Hexágono, Heptágono, Octógono, Eneágono, Decágono

b) Por su forma :

- Equilátero**: lados iguales
- Equiángulo**: ángulos iguales
- Regular**: lados y ángulos iguales
- Irregular**: lados y ángulos desiguales

Un polígono se halla **inscrito** en una circunferencia cuando todos sus vértices están contenidos en ella . Se dice entonces que la circunferencia está circunscrita al polígono .

Un polígono se halla **circunscrito** a una circunferencia cuando todos sus lados son tangentes (tocan en un solo punto) a la misma . Se dice entonces que la circunferencia está inscrita en el polígono .



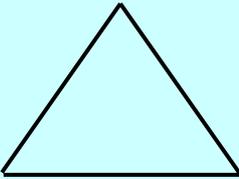
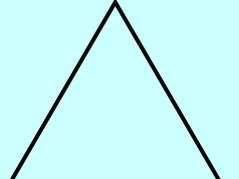
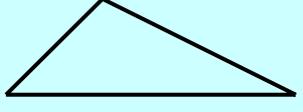
Pentágono circunscrito a una circunferencia, o circunferencia inscrita en un pentágono

Cuadrilátero inscrito en una circunferencia, o circunferencia circunscrita a un cuadrilátero

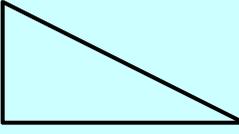
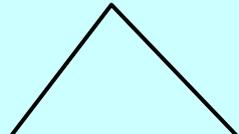
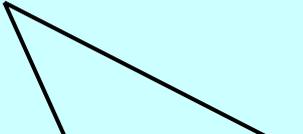
5.2 Clasificación de triángulos y cuadriláteros

TRIÁNGULOS: Como ya hemos dicho, los triángulos son polígonos de 3 lados y por lo tanto 3 ángulos . Se pueden clasificar :

a) Por sus lados :

Equilátero	Isósceles	Escaleno
Los tres lados iguales	Dos lados iguales	Los tres lados diferentes
		

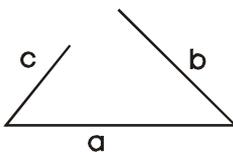
b) Por sus ángulos :

Rectángulo	Acutángulo	Obtusángulo
Tiene un ángulo recto	Sus tres ángulos son agudos	Tiene un ángulo obtuso
		

En los triángulos rectángulos el lado opuesto al ángulo recto se llama hipotenusa y los otros dos lados , catetos .

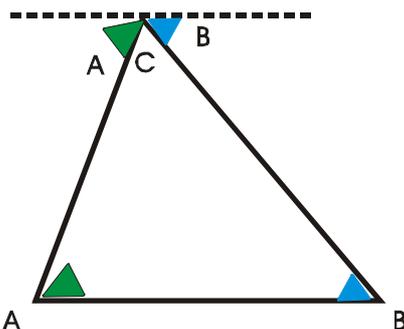
Propiedades del triángulo

1. En todo triángulo , un lado es menor que la suma de los otros dos , pero mayor que su diferencia .



En la figura se observa que si **a** fuese mayor que **b+c** entonces no podríamos juntar sus lados . Pero, por otro lado **a-b** tampoco puede ser mayor que **c** para que se puedan unir .

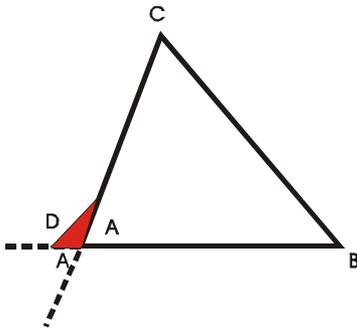
2. La suma de los 3 ángulos interiores de un triángulo es 180° .



Teniendo en cuenta que los ángulos alternos internos a las paralelas son iguales, y como por otro lado, un ángulo llano mide 180° tenemos que

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ = \pi \text{ radianes}$$

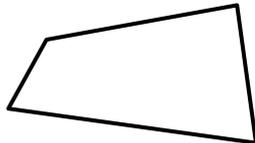
3. Un ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de los dos ángulos interiores no adyacentes .



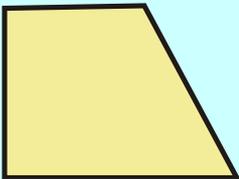
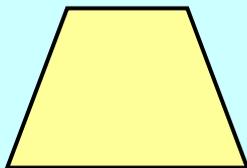
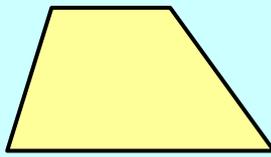
Como se puede apreciar en la figura, el ángulo $D = 180^\circ - A$. Además como la suma de los tres ángulos del triángulo es de 180° , $A + B + C = 180^\circ$, tenemos $D = 180^\circ - A = B + C$

CUADRILÁTEROS: Los cuadriláteros, como su propio nombre indica, son aquellos polígonos de cuatro lados y por lo tanto cuatro ángulos . Se clasifican según el paralelismo de sus lados en :

1. **Trapezoides:** son los que no tienen ningún lado paralelo a otro .

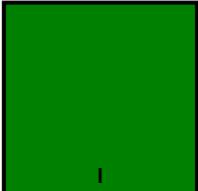
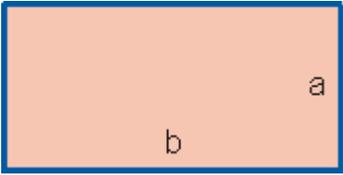
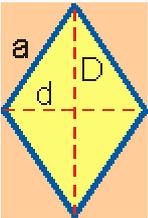
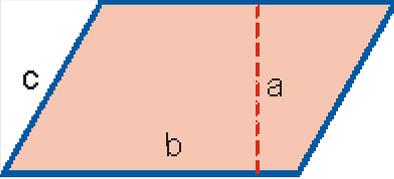


2. **Trapezios:** son los cuadriláteros con dos lados paralelos
Los trapezios se pueden clasificar en :

Trapezio rectángulo	Trapezio isósceles	Trapezio escaleno
Es el que tiene dos ángulos rectos	Es el que tiene los lados no paralelos iguales	Sin ninguna propiedad específica
		

3. **Paralelogramos** son aquellos cuadriláteros que tienen los lados paralelos dos a dos y por lo tanto los ángulos opuestos (no adyacentes) son iguales y los lados opuestos también lo son.

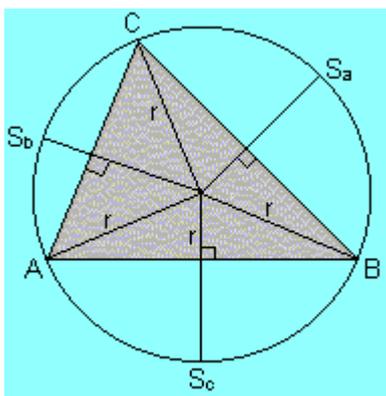
Los paralelogramos se pueden clasificar en:

Cuadrado		Es un polígono paralelogramo que tiene los 4 lados y 4 ángulos iguales.
Rectángulo		Es el paralelogramo que tiene los 4 ángulos iguales (rectos) pero los lados adyacentes no son iguales .
Rombo		El rombo es cuadrilátero que tiene los 4 lados iguales , y los ángulos opuestos iguales .
Romboide		El romboide es un cuadrilátero paralelogramo, cuando no es ninguno de los anteriores

CRITERIOS DE IGUALDAD DE TRIÁNGULOS.

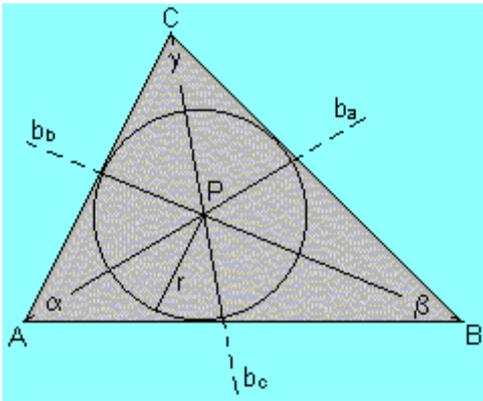
Dos triángulos son iguales si tienen sus tres lados y sus tres ángulos iguales

5.3 ELEMENTOS NOTABLES DEL TRIÁNGULO



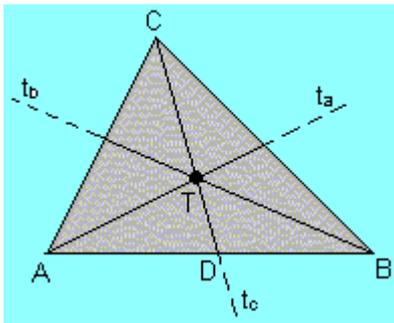
Mediatrices : son las rectas perpendiculares trazadas en los puntos medios de los lados .

Las tres mediatrices de un triángulo se cortan en un punto que se llama **circuncentro** que equidista de los vértices del triángulo y por lo tanto es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo .



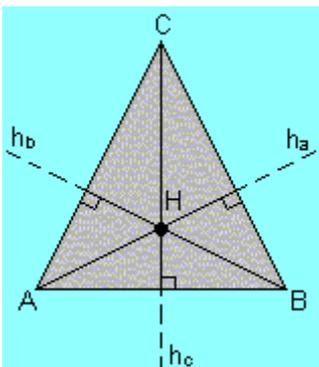
Bisectrices : son las semirrectas que dividen en dos partes iguales los ángulos interiores al triángulo .

Las tres bisectrices de un triángulo se cortan en un punto llamado **incentro P**, que equidista de los tres lados del triángulo y por lo tanto es el **centro de la circunferencia inscrita** al triángulo



Medianas : son los segmentos que unen un vértice con el punto medio del lado opuesto.

Las tres medianas de un triángulo se cortan en un punto llamado **baricentro** o centro de gravedad. La distancia del baricentro a cada vértice es doble que al punto medio del correspondiente lado opuesto



Alturas : son los segmentos perpendiculares a un lado (o a su prolongación) , trazados desde el vértice opuesto .

Las tres alturas de un triángulo se cortan en un punto llamado **ortocentro H** .