

1.— Escribe la matriz asociada a las siguientes cónicas:

i) $x^2 - 4xy + 2y^2 - 4x + 6y + 4 = 0$, ii) $6xy - y^2 + 2x = 0$, iii) $(x + y)^2 - 5 = 0$.

2.— Dada la cónica de ecuación $x^2 - 4xy + 2y^2 - 4x + 6y + 4 = 0$.

(a) Hallar la tangente a la cónica en el punto $(2, 1)$.

(b) Hallar las tangentes exteriores a la cónica por el punto $(0, -3)$.

3.— Dada la cónica de ecuación $x^2 + 4xy + y^2 - 4x - 6y = 0$, hallar el centro, las asíntotas, los ejes y los vértices.

4.— Dada la cónica de ecuación $x^2 + 4xy + y^2 - 4x - 6y = 0$ clasificarla y hallar la ecuación reducida y las ecuaciones de cambio de referencia.

5.— Dada la cónica de ecuación $x^2 + 4xy + y^2 - 4x - 6y = 0$ hallar los focos, la directriz y la excentricidad.

6.— Hallar la ecuación de una cónica que pasa por los puntos $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 1)$, $(2, 3)$.

7.— Hallar la ecuación de una cónica que pasa por los puntos $(1, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 1)$ y es tangente a la recta $x + y - 4 = 0$ en el punto $(2, 2)$.

8.— Hallar la ecuación de una cónica que es tangente a la recta $x + y - 1 = 0$ en el punto $(1, 0)$, tangente a la recta $x - y + 3 = 0$ en el punto $(0, 3)$ y pasa por el punto $(2, 1)$.

9.— Hallar la ecuación de una cónica que tiene por asíntotas las rectas $x + 2y - 1 = 0$, $x - y = 0$ y pasa por el punto $(2, -1)$.

Soluciones.

1. i) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$. ii) $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. iii) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}$.

2. (a) $2x - y - 3 = 0$. (b) $2x - y - 3 = 0$, $6x - y - 3 = 0$.

3. Centro: $(4/3, 1/4)$.

Asíntotas: $\sqrt{3}x + (2\sqrt{3} - 3)y + (1 - 2\sqrt{3}) = 0$, $\sqrt{3}x + (2\sqrt{3} + 3)y - (1 + 2\sqrt{3}) = 0$.

Ejes: $3x + 3y - 5 = 0$, $x - y - 1 = 0$.

Vértices: $((8 - \sqrt{22})/6, (2 - \sqrt{22})/6)$, $((8 + \sqrt{22})/6, (2 + \sqrt{22})/6)$

4. Hipérbola. Ecuación reducida: $\frac{x''^2}{11/9} - \frac{y''^2}{11/3} = 1$.

Cambio de referencia: $\begin{pmatrix} x'' \\ y'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4/3 \\ 1/3 \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

5. Focos: $((4 + \sqrt{22})/3, (1 + \sqrt{22})/3)$ y $((4 - \sqrt{22})/3, (1 - \sqrt{22})/3)$.

Directrices: $(2 + \sqrt{22})x + (3 + \sqrt{22})y - \frac{1}{3}(11 + 5\sqrt{22}) = 0$ y $(2 - \sqrt{22})x + (3 - \sqrt{22})y - \frac{1}{3}(11 - 5\sqrt{22}) = 0$.

Excentricidad: 2.

6. $3x^2 - y^2 - 3x + y = 0$.

7. $2x^2 + xy + 2y^2 - 6x - 6y + 4 = 0$.

8. $7x^2 + 6xy + 3y^2 - 22x - 14y + 15 = 0$.

9. $x^2 + xy - 2y^2 - x + y + 3 = 0$.