

1.— En el plano afín $\mathbb{R}^2$ se consideran la referencia canónica $R = \{(0, 0); (1, 0), (0, 1)\}$ y otra referencia $R' = \{(1, 2); (2, 3), (3, 4)\}$.

- (a) Si un punto P tiene coordenadas $(1, -2)_{R'}$ en la referencia R' calcular sus coordenadas en la referencia R .
- (b) Si un punto Q tiene coordenadas $(2, 3)_R$ en la referencia canónica calcular sus coordenadas en la referencia R' .

2.—

- (a) En el plano afín $\mathbb{R}^2$ y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones vectorial, paramétrica, continua y cartesiana de una recta que pasa por el punto $(2, 1)$ y tiene por vector director $(1, 3)$.
- (b) En el plano afín $\mathbb{R}^2$ y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones vectorial, paramétrica, continua y cartesiana de una recta que tiene por ecuación $2x + 3y - 5 = 0$.

3.—

- (a) En el espacio afín $\mathbb{R}^3$ y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones vectorial, paramétrica, continua y cartesianas de una recta que pasa por el punto $(2, 0, -1)$ y tiene por vector director $(1, 3, 2)$.
- (b) En el espacio afín $\mathbb{R}^3$ y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones vectorial, paramétrica, continua y cartesianas de una recta que tiene por ecuaciones

$$x + y - 2z + 1 = 0$$

$$2x - y - z + 2 = 0$$

4.—

- (a) En el espacio afín $\mathbb{R}^3$ y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones vectorial, paramétrica y cartesiana de un plano que pasa por el punto $(1, 0, 1)$ y tiene por vectores directores $(1, 0, 2)$ y $(1, 1, 0)$.
- (b) En el espacio afín $\mathbb{R}^3$ y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones vectorial, paramétrica y cartesianas de un plano que tiene por ecuación $x + 2y - z - 2 = 0$.

5.— En el plano afín euclideo $\mathbb{R}^2$ y con respecto a una referencia rectangular se consideran las rectas:

$$r \equiv x + 2y - 4 = 0 \quad s \equiv x + y - 3 = 0$$

- (a) Hallar el ángulo que forman las rectas r y s .
- (b) Hallar la distancia del punto $(1, 3)$ a la recta r .

6.— En el espacio afín euclideo $\mathbb{R}^3$ y con respecto a una referencia rectangular se consideran las variedades afines:

$$\pi \equiv x + y - 2z + 1 = 0, \quad r \equiv (x, y, z) = (1, 2, 3) + t(0, 1, 0), \quad s \equiv (x, y, z) = (0, 1, 1) + s(1, 1, 2)$$

- (a) Hallar el ángulo que forman π y r .
- (b) Hallar la distancia del punto $(1, 1, 0)$ al plano π .
- (c) Hallar la distancia entre las rectas r y s .

7.— En el plano afín euclideo $\mathbb{R}^2$, en las condiciones usuales y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones de:

- (a) una traslación respecto al vector $\vec{u} = (2, 3)$.
- (b) una homotecia de centro $(1, 2)$ y razón 4.
- (c) un giro de centro $(1, -2)$ y ángulo 30 grados.
- (d) una simetría respecto a la recta $x + y = 1$.

8.— En el plano afín euclideo $\mathbb{R}^3$, en las condiciones usuales y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones de:

- (a) una traslación respecto al vector $\vec{u} = (1, 0, 2)$.
- (b) una homotecia de centro $(1, 2, -1)$ y razón -2 .
- (c) un giro de semieje la semirecta $(x, y, z) = (1, 0, 0) + t(0, 1, 0)$, $t > 0$ y ángulo 45 grados.
- (d) una simetría respecto al plano $x + y - z = 1$.

Soluciones.

1. (a) $(-3, -3)$. (b) $(-1, 1)$.

2.

(a) Vectorial: $(x, y) = (2, 1) + t(1, 3)$. Paramétrica: $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ Continua: $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{3}$. Cartesiana: $3x - y - 5 = 0$.

(b) Vectorial: $(x, y) = (1, 1) + t(3, -2)$. Paramétrica: $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$ Continua: $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2}$. Cartesiana: $2x + 3y - 5 = 0$.

3.

(a) Vectorial: $(x, y, z) = (2, 0, -1) + t(1, 3, 2)$. Paramétrica: $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ Continua: $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{2}$.
Cartesianas: $3x - y - 6 = 0$, $2y - 3z - 3 = 0$.

(b) Vectorial: $(x, y, z) = (-1, 0, 0) + t(1, 1, 1)$. Paramétrica: $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$ Continua: $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.
Cartesianas: $x + y - 2z + 1 = 0$, $2x - y - z + 2 = 0$.

4.

(a) Vectorial: $(x, y, z) = (1, 0, 1) + t(1, 0, 2) + s(1, 1, 0)$. Paramétrica: $\begin{cases} x = 1 + t + s \\ y = s \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ Cartesiana: $2x - 2y - z - 1 = 0$.

(b) Vectorial: $(x, y, z) = (2, 0, 0) + t(1, 0, 1) + s(2, -1, 0)$. Paramétrica: $\begin{cases} x = 2 + t + 2s \\ y = -s \\ z = t \end{cases}$ Cartesiana:

$$x + 2y - z - 2 = 0.$$

5. (a) $\arccos(3/\sqrt{10})$. (b) $3/\sqrt{5}$

6. (a) $\arcsin(1/\sqrt{6})$. (b) $3/\sqrt{6}$. (c) 0 (las rectas se cortan en el punto $(1, 2, 3)$)

7.

(a) $f(x, y) = (x + 2, y + 3)$

(b) $f(x, y) = (4x - 3, 4y - 6)$.

(c) $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & -1/2 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-1 \\ y+2 \end{pmatrix}$.

(d) $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-1 \\ y \end{pmatrix}$.

8.

(a) $f(x, y, z) = (x + 1, y, z + 2)$

(b) $f(x, y) = (3 - 2x, 6 - 2y, -3 - 2z)$.

(c) $f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-1 \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

(d) $f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x-1 \\ y \\ z \end{pmatrix}$.