ÁLGEBRA LINEAL II

Ejercicios Tema III. Capítulos 1 y 2

Geometría afín.

(Curso 2016–2017)

1.– En el plano afín $\mathbb{R}^2$ se consideran la referencia canónica $R = \{(0,0);(1,0),(0,1)\}$ y otra referencia $R' = \{(1,2);(2,3),(3,4)\}$.

(a) Si un punto P tiene coordenadas $(1,-2)_{R'}$ en la referencia R' calcular sus coordenadas en la referencia R.

(b) Si un punto Q tiene coordenadas $(2,3)_R$ en la referencia canónica calcular sus coordenadas en la referencia R'.

2.–

(a) En el plano afín $\mathbb{R}^2$ y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones vectorial, paramétrica, continua y cartesiana de una recta que pasa por el punto $(2,1)$ y tiene por vector director $(1,3)$.

(b) En el plano afín $\mathbb{R}^2$ y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones vectorial, paramétrica, continua y cartesiana de una recta que que tiene por ecuación $2x+3y-5=0$.

3.–

(a) En el espacio afín $\mathbb{R}^3$ y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones vectorial, paramétrica, continua y cartesianas de una recta que pasa por el punto $(2,0,-1)$ y tiene por vector director $(1,3,2)$.

(b) En el espacio afín $\mathbb{R}^3$ y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones vectorial, paramétrica, continua y cartesianas de una recta que que tiene por ecuaciones

$$\begin{aligned} x+y-2z+1&=0\\ 2x-y-z+2&=0 \end{aligned}$$

4.–

(a) En el espacio afín $\mathbb{R}^3$ y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones vectorial, paramétrica y cartesiana de un plano que pasa por el punto $(1,0,1)$ y tiene por vectores directores $(1,0,2)$ y $(1,1,0)$.

(b) En el espacio afín $\mathbb{R}^3$ y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones vectorial, paramétrica y cartesianas de un plano que tiene por ecuación $x+2y-z-2=0$.

5.– En el plano afín euclideo $\mathbb{R}^2$ y con respecto a una referencia rectangular se consideran las rectas:

$$r \equiv x+2y-4=0 \qquad s \equiv x+y-3=0$$

(a) Hallar el ángulo que forman las rectas r y s.

(b) Hallar las distancia del punto $(1,3)$ a la recta r.

6.– En el espacio afín euclideo $\mathbb{R}^3$ y con respecto a una referencia rectangular se consideran las variedades afines:

$$\pi \equiv x+y-2z+1=0, \qquad r \equiv (x,y,z)=(1,2,3)+t(0,1,0), \qquad s \equiv (x,y,z)=(0,1,1)+s(1,1,2)$$

(a) Hallar el ángulo que forman π y r.

(b) Hallar la distancia del punto $(1,1,0)$ al plano π.

(c) Hallar la distancia entre las rectas r y s.

7.– En el plano afín euclideo $\mathbb{R}^2$, en las condiciones usuales y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones de:

(a) una traslación respecto al vector $\vec{u} = (2,3)$.

(b) una homotecia de centro $(1,2)$ y razón 4.

(c) un giro de centro $(1,-2)$ y ángulo 30 grados.

(d) una simetría respecto a la recta $x + y = 1$.

8.– En el plano afín euclideo $\mathbb{R}^3$, en las condiciones usuales y con respecto a la referencia canónica calcular las ecuaciones de:

(a) una traslación respecto al vector $\vec{u} = (1,0,2)$.

(b) una homotecia de centro $(1,2,-1)$ y razón -2.

(c) un giro de semieje la semirecta $(x,y,z) = (1,0,0) + t(0,1,0)$, $t > 0$ y ángulo 45 grados.

(d) una simetría respecto al plano $x + y - z = 1$.

Soluciones.

---

1. (a) $(-3,-3)$. (b) $(-1,1)$.

2.

(a) Vectorial: $(x,y) = (2,1) + t(1,3)$. Paramétrica: $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ Continua: $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-1}{3}$. Cartesiana: $3x - y - 5 = 0$.

(b) Vectorial: $(x,y) = (1,1) + t(3,-2)$. Paramétrica: $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$ Continua: $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-1}{-2}$. Cartesiana: $2x + 3y - 5 = 0$.

3.

(a) Vectorial: $(x,y,z) = (2,0,-1) + t(1,3,2)$. Paramétrica: $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ Continua: $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z+1}{2}$.

Cartesianas: $3x - y - 6 = 0$, $2y - 3z - 3 = 0$.

(b) Vectorial: $(x,y,z) = (-1,0,0) + t(1,1,1)$. Paramétrica: $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$ Continua: $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{1}$.

Cartesianas: $x + y - 2z + 1 = 0$, $2x - y - z + 2 = 0$.

4.

(a) Vectorial: $(x,y,z) = (1,0,1) + t(1,0,2) + s(1,1,0)$. Paramétrica: $\begin{cases} x = 1 + t + s \\ y = s \\ z = 1 + 2t \end{cases}$ Cartesiana: $2x - 2y - z - 1 = 0$.

(b) Vectorial: $(x,y,z) = (2,0,0) + t(1,0,1) + s(2,-1,0)$. Paramétrica: $\begin{cases} x = 2+t+2s \\ y = -s \\ z = t \end{cases}$ Cartesiana: $x+2y-z-2=0$.

5. (a) $arccos(3/\sqrt{10})$. (b) $3/\sqrt{5}$

6. (a) $arcsin(1/\sqrt{6})$. (b) $3/\sqrt{6}$. (c) $1/\sqrt{2}$

7.

(a) $f(x,y) = (x+2, y+3)$

(b) $f(x,y) = (4x-3, 4y-6)$.

(c) $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & -1/2 \\ 1/2 & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-1 \\ y+2 \end{pmatrix}$.

(d) $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-1 \\ y \end{pmatrix}$.

8.

(a) $f(x,y,z) = (x+1, y, z+2)$

(b) $f(x,y) = (3-2x, 6-2y, -3-2z)$.

(c) $f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-1 \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

(d) $f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x-1 \\ y \\ z \end{pmatrix}$.