Álgebra Lineal II **Examen Parcial**

Formas bilineales y formas cuadráticas. (45 minutos) **18 de febrero de 2020**

1.– Dada la forma bilineal $f : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de matriz asociada en la base canónica:

$$F_C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

(i) Probar que f es simétrica y hallar $w(x, y)$ siendo w la forma cuadrática asociada a f.

(ii) Hallar una base de vectores conjugados.

(iii) Hallar los vectores autoconjugados, expresándolos de la manera más sencilla posible (dar el resultado respecto de la base canónica).

(iv) ¿Es posible dar una base B' en la cual la matriz asociada a f sea la identidad?. En caso afirmativo hallar B'.

(6 puntos)

2.– Sea $\mathcal{P}_1(\mathbb{R})$ el espacio vectorial de polinomios con coeficientes reales y de grado menor o igual que 1. Consideramos la forma bilineal:

$$f : \mathcal{P}_1(\mathbb{R}) \times \mathcal{P}_1(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}, \quad f(p(x), q(x)) = p(0)q(1) - \int_0^1 p(x)q(x)dx$$

(i) Hallar la matriz F_C asociada a f en la base canónica de $\mathcal{P}_1(\mathbb{R})$.

(ii) Hallar la matriz asociada a f en la base $B = \{1 - x, 1 + x\}$. (3 puntos)

3.– Si $w : V \to \mathbb{R}$ es una forma cuadrática indefinida. ¿Podemos asegurar que existe un vector $\vec{v}$ no nulo tal que $w(\vec{v}) = 0$?.

(1 punto)

Álxebra Lineal II — Exame Parcial

Formas bilineales e formas cuadráticas. (45 minutos) **18 de febreiro de 2020**

1.– Dada a forma bilineal $f : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de matriz asociada na base canónica:

$$F_C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

(i) Probar que f é simétrica e atopar $w(x, y)$ sendo w a forma cuadrática asociada a f.

(ii) Atopar unha base de vectores conxugados.

(iii) Atopar os vectores autoconxugados, expresándoos do xeito máis sinxelo posible (dar o resultado respecto da base canónica).

(iv) É posible dar unha base B' na que a matriz asociada a f sexa a identidade?. En caso afirmativo atopar B'.

(6 puntos)

2.– Sexa $\mathcal{P}_1(\mathbb{R})$ o espazo vectorial de polinomios con coeficientes reais e de grao menor ou igual que 1. Consideramos a forma bilineal:

$$f : \mathcal{P}_1(\mathbb{R}) \times \mathcal{P}_1(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}, \quad f(p(x), q(x)) = p(0)q(1) - \int_0^1 p(x)q(x)dx$$

(i) Atopar a matriz F_C asociada a f na base canónica de $\mathcal{P}_1(\mathbb{R})$.

(ii) Atopar a matriz asociada a f na base $B = \{1 - x, 1 + x\}$. (3 puntos)

3.– Se $w : V \to \mathbb{R}$ é unha forma cuadrática indefinida. Podemos asegurar que existe un vector $\vec{v}$ no nulo tal que $w(\vec{v}) = 0$?.

(1 punto)