

1.— Dada la forma cuadrática $w : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $w(x, y, z) = x^2 + y^2 + 2z^2 + 2xz + 2yz$:

- (i) Clasificarla indicando su rango y signatura.
- (ii) Hallar una base de vectores conjugados.
- (iii) Hallar los vectores autoconjugados, expresándolos de la manera más sencilla posible (dar el resultado respecto de la base canónica).
- (iv) Hallar la matriz asociada a w en la base $\{(0, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 1, 1)\}$.

(6 puntos)

2.— Razonar la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

- (i) Si F_C es la matriz asociada a una forma cuadrática definida positiva entonces $\text{traza}(F_C) > 0$.
- (ii) La suma de dos formas cuadráticas indefinidas es indefinida.
- (iii) Si F_C es la matriz asociada a una forma cuadrática w en $\mathbb{R}^2$ y algún elemento de la diagonal es nulo, entonces w es semidefinida.

(4 puntos)

1.— Dada a forma cuadrática $w : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $w(x, y, z) = x^2 + y^2 + 2z^2 + 2xz + 2yz$:

- (i) Clasificala indicando o seu rango e a súa signatura.
- (ii) Atopar unha base de vectores conxugados.
- (iii) Atopar os vectores autoconxugados, expresándoos do xeito máis sinxelo posible (dar o resultado respecto da base canónica).
- (iv) Calcular a matriz asociada a w na base $\{(0, 0, 1), (0, 1, 1), (1, 1, 1)\}$.

(6 puntos)

2.— Razoar a veracidade ou falsidade das seguintes afirmacións:

- (i) Se F_C é a matriz asociada a unha forma cuadrática definida positiva entón $\text{traza}(F_C) > 0$.
- (ii) A suma de dúas formas cuadráticas indefinidas é indefinida.
- (iii) Se F_C é a matriz asociada a unha forma cuadrática w en $\mathbb{R}^2$ e algún elemento da diagonal é nulo, entón w é semidefinida.

(4 puntos)